

**Algorithmische Mathematik:
Graphen & Anwendungen**

Frühlingssemester 2018
P. Zaspel und I. Kalmykov



**Universität
Basel**

Übungsblatt 11. zu bearbeiten bis **Dienstag, 29.5.2018, 14:00 Uhr.**

Aufgabe 1. (Bipartite Graphen I)

Zeigen Sie, dass jeder ungerichtete Graph $G = (V, E)$ einen bipartiten Subgraphen $H = (V, E')$, $E' \subseteq E$, mit $|E'| \geq |E|/2$ enthält.

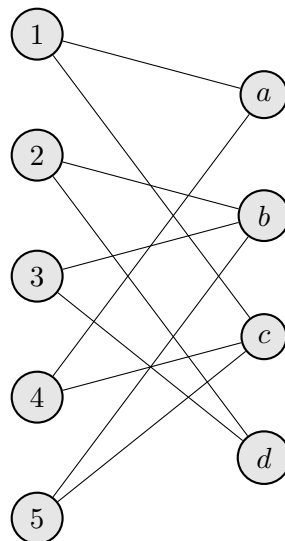
Hinweis: Wie würde ein Algorithmus eine Knotenpartition finden, bzw. eine gegebene verändern?

Aufgabe 2. (Bipartite Graphen II)

- a) Zeigen Sie, dass ein ungerichteter Graph genau dann bipartit ist, wenn er keine Kreise ungerader Länge enthält.
- b) Sei $G = (V, E)$ ein bipartiter Graph, dessen Knoten alle genau $k \geq 1$ Nachfolger haben, d.h. $|\text{post}(v)| = k$ für alle $v \in V$. Sei weiterhin $V = X \cup Y$, $X \cap Y = \emptyset$ eine Bipartition von G . Zeigen Sie, daß $|X| = |Y|$ gilt.

Aufgabe 3. (Edmonds-Karp für bipartite Graphen)

Wenden Sie den Edmonds-Karp Algorithmus an, um ein maximales Matching für folgende bipartite Graphen zu finden. Zeichnen Sie den gefundenen Matching ein.



Aufgabe 4. (Kardinalität)

Sei G ein Graph mit minimalem Grad k . Zeigen Sie, dass G ein Matching der Kardinalität $\min(k, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ hat.