

**Algorithmische Mathematik:
Graphen & Anwendungen**

Frühlingssemester 2018
P. Zaspel und I. Kalmykov



**Universität
Basel**

Übungsblatt 3.

zu bearbeiten bis **Dienstag, 20.3.2018, 14:00 Uhr.**

Aufgabe 1. (Knotengrad)

Zeigen Sie, dass jeder ungerichteter Graph mit mehr als einem Knoten zwei Knoten vom selben Grad besitzt.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. (Zusammenhangskomponenten)

a) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Man zeige, dass mindestens einer der Graphen G und \bar{G} zusammenhängend ist, wobei $\bar{G} := (V, \bar{E})$ mit

$$\bar{E} := \{X \subseteq V : |X| = 2\} \setminus E$$

das Komplement von E ist.

b) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Zeigen Sie, dass die Relation

$$v \equiv w \quad :\iff \quad v \cup \text{post}^*(v) = w \cup \text{post}^*(w), \quad v, w \in V$$

eine Äquivalenzrelation ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 3. (Topologische Ordnung)

Eine topologische Ordnung eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Ordnung der Knoten $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, so dass für jede Kante $e = (v_i, v_j) \in E$ die Relation $i < j$ gilt. Zeigen Sie, dass ein gerichteter Graph eine topologische Ordnung genau dann hat, wenn er azyklisch ist.

(4 Punkte)