

**Algorithmische Mathematik:  
Graphen & Anwendungen**

Frühlingssemester 2018  
P. Zaspel und I. Kalmykov



**Universität  
Basel**

**Übungsblatt 3.**

zu bearbeiten bis **Dienstag, 20.3.2018, 14:00 Uhr.**

**Aufgabe 1.** (Knotengrad)

Zeigen Sie, dass jeder ungerichteter Graph mit mehr als einem Knoten zwei Knoten vom selben Grad besitzt.

(4 Punkte)

**Aufgabe 2.** (Zusammenhangskomponenten)

a) Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph. Man zeige, dass mindestens einer der Graphen  $G$  und  $\bar{G}$  zusammenhängend ist, wobei  $\bar{G} := (V, \bar{E})$  mit

$$\bar{E} := \{X \subseteq V : |X| = 2\} \setminus E$$

das Komplement von  $E$  ist.

b) Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph. Zeigen Sie, dass die Relation

$$v \equiv w \quad :\iff \quad v \cup \text{post}^*(v) = w \cup \text{post}^*(w), \quad v, w \in V$$

eine Äquivalenzrelation ist.

(4 Punkte)

**Aufgabe 3.** (Topologische Ordnung)

Eine topologische Ordnung eines gerichteten Graphen  $G = (V, E)$  ist eine Ordnung der Knoten  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ , so dass für jede Kante  $e = (v_i, v_j) \in E$  die Relation  $i < j$  gilt. Zeigen Sie, dass ein gerichteter Graph eine topologische Ordnung genau dann hat, wenn er azyklisch ist.

(4 Punkte)