



Übungsblatt 7.

Bearbeiten bis: Montag, 28.04.2025

Aufgabe 1 (Breitmöglichste Wege | 4 Punkte). Gegeben sei ein gewichteter Digraph $G = (V, E, \omega)$ mit $\omega : E \rightarrow \mathbb{R}_+$. Für einen Weg π_{st} von s nach t , wobei $s, t \in V$, ist die Breite des Weges gegeben durch die Kante mit dem kleinsten Gewicht: $\text{width}(\pi_{st}) := \min_{e \in \pi_{st}} (\omega(e))$. Gesucht ist der breiteste Weg π_{opt} von s nach t , $\pi_{\text{opt}} = \max_{\pi_{st}} (\text{width}(\pi_{st}))$ für beliebige $t \in V$. Ändern sie hierzu den Algorithmus von Dijkstra entsprechend und wenden Sie ihn auf den Digraphen G_1 in Abbildung 1 mit $s = 1$ und $t = 7$ an.

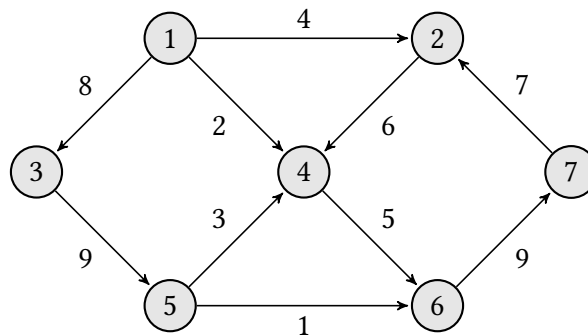


Abbildung 1: Digraph G_1 .

Aufgabe 2 (Kürzeste Wege mit negativen Gewichten | 4 Punkte). Berechnen Sie durch Anwendung des Moore-Bellman-Ford-Algorithmus ausgehend vom Knoten $s = 1$ die kürzesten Wege zu allen anderen Knoten vom Digraphen G_2 in Abbildung 2. Füllen Sie dazu eine Tabelle aus, in der zu jedem Knoten sein Vorgänger sowie die Distanz vom Startknoten verzeichnet sind.

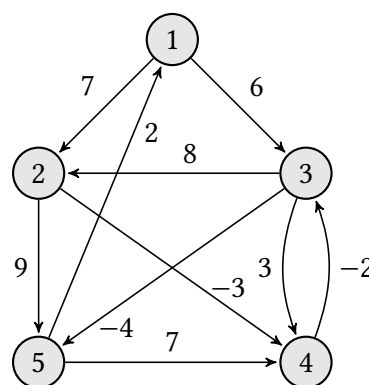


Abbildung 2: Digraph G_2 .

Aufgabe 3 (Negative Zyklen). Wie kann man den Algorithmus von Moore-Bellman-Ford so erweitern, dass er überprüfen kann, ob ein gewichteter Digraph negative Zyklen enthält? Wenden Sie den modifizierten Algorithmus auf den Digraphen G_2 in Abbildung 2 an, wobei nun $\omega(4, 3) = -6$ gesetzt wird. Wie viele Zyklen mit negativem Gewicht sind dabei entstanden?

Aufgabe 4 (Moore-Bellman-Ford Implementierung). Implementieren Sie den Algorithmus von Moore-Bellman-Ford zur Berechnung der kürzesten Wege ausgehend vom Startknoten s in einem gewichteten Digraphen. Testen Sie Ihre Implementierung auf den Digraphen G_2 in Abbildung 2, sowie auf folgendem Digraphen G_3 in Abbildung 3 (Startknoten jeweils $s = 1$):

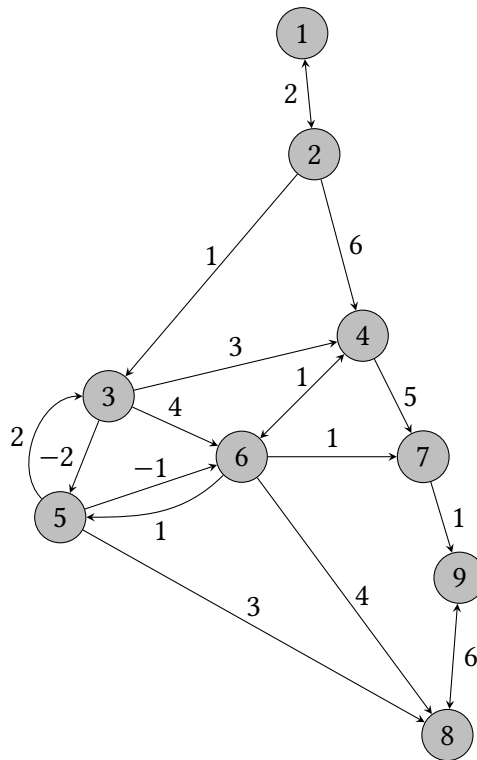


Abbildung 3: Digraph G_3 .