

Aufgabenblatt 11

Wenn Sie sich für das Niveau A der Übungen entschieden haben, brauchen Sie nur die ersten drei Aufgaben zu bearbeiten.

Aufgabe 1. (*Potentiale*) Bestimmen Sie für die folgenden Vektorfelder ein Potential, falls es existiert:

$$(a) F(x, y) = \begin{pmatrix} 2xz e^{x^2 + y^2} \\ 2xy \\ e^{x^2} \end{pmatrix}, \quad (b) F(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{x}{x^2 + y^2} \\ \frac{y}{x^2 + y^2} \end{pmatrix} \quad \text{für } (x, y) \neq (0, 0),$$

$$(c) F(x, y) = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}. \quad (5 \text{ Punkte})$$

Aufgabe 2. (*Cavalieri-Prinzip*) Berechnen Sie mit dem Cavalieri-Prinzip das Volumen des Körpers, definiert durch $x^2 + y^2 \leq \cosh^2(z)$ und $-1 \leq z \leq 2$. (3 Punkte)

Aufgabe 3. (*Doppelintegrale über Rechtecke*) (a) Berechnen Sie $\int_R x^2 \sin(xy) d^2(x, y)$ über das Rechteck $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi\}$.

(b) Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der nach unten durch das Rechteck $R = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1; -1 \leq y \leq 1\}$ in der x - y -Ebene und nach oben durch die Fläche, gegeben durch $z = (x^2 + 1)e^{3y}$, begrenzt wird. (4 Punkte)

Aufgabe 4. (*Gebietsintegrale*) Zeichnen Sie jeweils das angegebene Gebiet, schreiben Sie es als Normalgebiet und berechnen Sie dann das Gebietsintegral:

(a) $\int_S \frac{x^2}{y^3} d^2(x, y)$, wobei $S \subset \mathbb{R}^2$ von den Geraden, gegeben durch $y = 1$, $y = x$ und $x = 4$, berandet wird.

(b) $\int_S 1 d^2(x, y)$, wobei $S \subset \mathbb{R}^2$ das beschränkte Gebiet ist, das von den Kurven, gegeben durch $x = y^2 - 4$ und $x = 3y$, berandet wird. (4 Punkte)

Aufgabe 5. (*Wegintegrale*) Sei $\gamma(t) = (\cos t - r \sin(5t), \sin t - r \cos(5t))$, $0 \leq t \leq 2\pi$, (für ein $0 < r < \frac{1}{2}$). Berechnen Sie das Wegintegral des Vektorfeldes $F(x, y) = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$ längs γ . (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 17. Mai 2018, in der Vorlesung oder bis 17 Uhr im Fachbereich Mathematik an der Spiegelgasse 1.