

## Aufgabenblatt 2

Wenn Sie sich für das Niveau A der Übungen entschieden haben, brauchen Sie nur die ersten drei Aufgaben zu bearbeiten.

**Aufgabe 1.** (*Differentialgleichung erster Ordnung*) Bestimmen Sie für die folgenden Differentialgleichungen jeweils sämtliche Lösungen  $y = p(t)$ , und skizzieren Sie die Schar der Lösungskurven im erlaubten Teil der  $t$ - $y$ -Ebene.

(a)  $y' = \frac{y}{2t}$  (für  $t > 0$ ).      (b)  $y' = 5|y|$ .

Hinweis zu (b): Fallunterscheidung  $y > 0$ ,  $y = 0$ ,  $y < 0$ . (4 Punkte)

**Aufgabe 2.** (*Anfangswertaufgaben*) Bestimmen Sie die Lösungen  $y = \varphi(x)$  der folgenden Anfangswertprobleme durch Trennung der Variablen und geben Sie dazu jeweils das maximale Definitionsintervall der Lösung an:

(a)  $y' = x(y + 1)^2$ ,  $y(2) = 0$ .      (b)  $y' = 2x(y^2 + 1)$ ,  $y(0) = -1$ .  
(c)  $y' = \lambda(10 - y)$ , ( $\lambda > 0$  gegeben),  $y(0) = 5$ . (6 Punkte)

**Aufgabe 3.** (*Trennen der Variablen*) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen  $y = p(t)$  der Differentialgleichung

$$y' = y^2 - 4$$

auf dem Bereich  $-2 < y < 2$ . Berechnen Sie für diese Lösungen die Grenzwerte  $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t)$  und  $\lim_{t \rightarrow -\infty} p(t)$  und skizzieren Sie den Verlauf einer typischen Lösungskurve. Wie lautet konkret die Lösung zur Anfangsbedingung  $y(0) = -1$ ? (4 Punkte)

**Aufgabe 4.** (*Mehrdeutigkeit der Lösung*) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen  $y = \varphi(x)$  der Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = y' = \sqrt{9 - y^2} \quad (|y| \leq 3)$$

und skizzieren Sie die Lösungskurven. Wieviele maximale Lösungen gibt es zur Anfangsbedingung  $y(\frac{\pi}{6}) = 3$ ? (3 Punkte)

**Aufgabe 5.** (*Lösbarkeit eines Anfangswertproblems*) Das Anfangswertproblem

$$y'x^2 = y^2, \quad y(x_0) = y_0 \quad (x_0, y_0 \in \mathbb{R})$$

ist nicht immer lösbar. Finden Sie heraus, für welche  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  es lösbar ist, und bestimmen Sie gegebenenfalls sämtliche Lösungen. (3 Punkte)

**Abgabe:** Donnerstag, den 8. März 2018, in der Vorlesung oder bis 17 Uhr im Fachbereich Mathematik an der Spiegelgasse 1.