

Der wackelnde Gartentisch

Hanspeter Kraft

Die Situation ist Ihnen sicher wohlbekannt: Sie sitzen draussen im Freien, in bester Stimmung versammelt um einen runden Gartentisch und in Erwartung erfrischender Getränke. Doch leider wackelt der Tisch und die Gläser schwappen über. Die Reaktion darauf ist immer dieselbe: Zuerst schiebt man den Tisch erfolglos hin und her, wobei meistens noch mehr verschüttet wird, und dann sucht man sich irgendeinen Gegenstand, etwa ein Stück Papier oder Karton, um ihn unter das zu kurze Tischbein zu schieben. Damit gelingt es in der Regel, das Wackeln so zu reduzieren, dass nichts mehr überschwappt, mindestens solange niemand an den Tisch stösst und ihn wieder verschiebt. Damit ist die Sache zunächst erledigt, und die Gartenparty kann ihren Lauf nehmen.

Wir wollen jedoch dieses Ereignis dazu benutzen, über das eigene Verhalten in solchen Situationen nachzudenken. Es gibt nämlich eine überraschende und sehr elegante Lösung für dieses Problem, wie wir gleich sehen werden. Noch interessanter als die Lösung selbst ist jedoch die Frage, wie man darauf gekommen ist. Wir wollen einmal versuchen uns vorzustellen, wie die verschiedenen Ingenieure und Wissenschaftler an dieses Problem herangehen würden.

Der Praktiker

Stellen wir uns zunächst den typischen Praktiker vor, zum Beispiel einen Ingenieur, der mit diesem Problem konfrontiert wird. Er stellt fest, dass eines der Beine zu kurz (oder zu lang?) ist und dass man das Wackeln leicht beheben könnte, wenn die Länge der Beine variierbar wäre. Eine kurze Überlegung zeigt ihm, dass es genügt, die Länge eines Beines verstellbar zu machen. Natürlich hat er auch gleich eine Idee, wie man so etwas mit Hilfe eines Schraubengewindes konstruieren könnte. Bevor er jedoch an die Arbeit geht, gibt es verschiedene Dinge abzuklären.

- Patentanmeldung: *Gibt es bereits etwas Ähnliches und lässt sich die Konstruktion patentieren?*
- Marktklärung: *Besteht ein Bedarf für diese «Anti-Wackel-Füsse», und mit welchen Firmen könnte man zusammenarbeiten?*

Falls dies alles positiv aussieht, wird der erste Prototyp gebaut und im praktischen Einsatz getestet. Ist dies erfolgreich, so muss die Finanzierung des Projektes geklärt werden. Dann geht es nach bekannten Schemata weiter. Entweder wird das Patent an eine Firma verkauft oder man findet einen Geldgeber und stellt die Anti-Wackel-Füsse selber her. Zum Schluss kommt natürlich noch ein zentraler Punkt, nämlich der Verkauf des Produktes, also das weltweite Marketing, denn schliesslich möchten alle Beteiligten etwas dabei verdienen.

Das Vorgehen des Praktikers ist also im Wesentlichen «Symptombekämpfung», ohne lange über die Ursachen nachzudenken. Neue Erkenntnisse werden zwar keine erbracht, doch sind einige Leute am Projekt beteiligt und verdienen daran. Es handelt sich also um einen *interdisziplinären Technologietransfer*, welcher Stellen schafft und Positives zum Bruttosozialprodukt beiträgt.

Der Experimentator

Nehmen wir als zweites Beispiel den typischen Experimentator, zum Beispiel einen Physiker. Er stellt fest, dass verwandte Probleme auch anderswo auftauchen und zum Teils schon Lösungen gefunden haben. So fährt zum Beispiel ein Auto auch auf vier Rädern und ebenfalls auf unebenen Oberflächen, ohne dass es wackelt und ohne dass ab und zu ein Rad in der Luft ist! (Auf jeden Fall nicht bei Normalbetrieb!)

Er kommt zur Ansicht, dass hier ein interessantes Problem vorliegt, bei dem es sich lohnt, eine genauere Abklärung vorzunehmen. Er beschliesst deshalb, ein Forschungsprojekt mit dem Titel «Über die Stabilität von Vielbeinern auf rauhen Oberflächen» einzureichen. Darin wird die allgemeine Problemstellung formuliert, bereits vorhandene Lösungen diskutiert und neue Ansätze und Ideen vorgeschlagen.

Sobald das Projekt bewilligt ist und die Mittel zur Verfügung stehen, wird das Forschungsteam zusammengestellt und mit den Experimenten begonnen. Unter anderem wird festgestellt, dass das Herumschieben des Gegenstandes kaum zum Erfolg führt, was auch durch eine theoretische Überlegung untermauert werden kann: *Die «stabilen» Positionen auf einer unebenen Oberfläche haben das Mass null. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, durch Schieben auf eine solche zu treffen, also gleich null.*

Dann wird auch die Idee der «gedämpften Füße» in Analogie zu den Autofedern und den Stossdämpfern untersucht. Bei einer solchen Lösung besteht allerdings die Gefahr, dass der Tisch ins Schwingen kommt, ein Problem, das sicher genauer untersucht werden muss.

Inzwischen ist einige Zeit vergangen, und es ist der erste Zwischenbericht fällig. (Dieser endet üblicherweise mit der Feststellung, dass noch mehr Mittel benötigt werden, um das Projekt zu einem erfolgreichen Abschluss zu bringen.) Wir wollen hier nicht weiter auf die Details eingehen; diese sind den Eingeweihten wohlbekannt.

Die umfangreichen Versuche und Versuchsergebnisse werden detailliert dokumentiert und mit statistischen Auswertungen versehen. Daraus entstehen in der Regel Diplom- und vielleicht sogar Doktorarbeiten. Es ist auch zu erwarten, dass die Forschungsergebnisse selber zu neuen Ideen Anlass geben und damit zu weiteren Projekten führen.

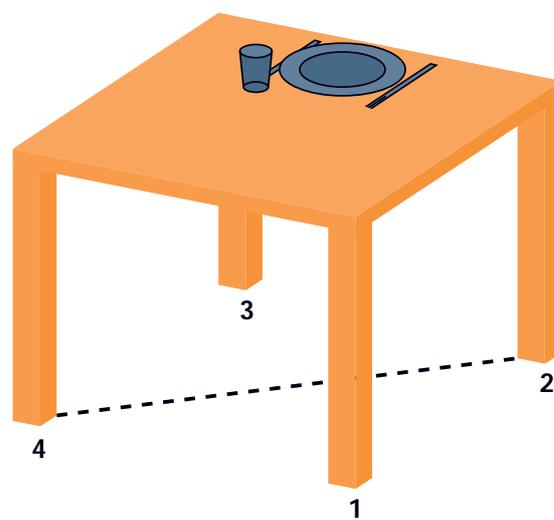
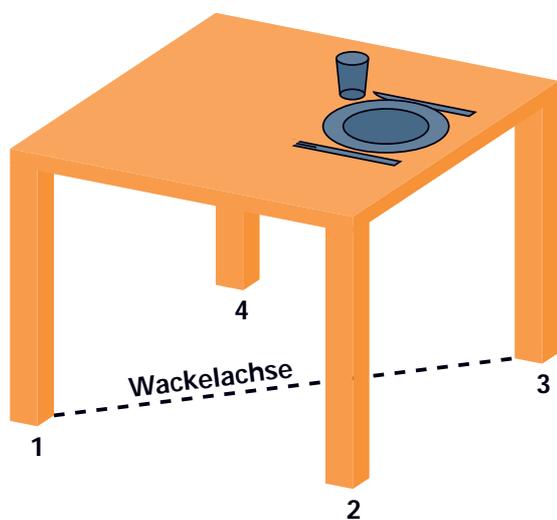
Damit hat der Experimentator die Relevanz seiner Forschungstätigkeit bei der Lösung praktischer Probleme nachgewiesen, dem Nachwuchs Gelegenheit zur eigenen Profilierung gegeben und somit einen wichtigen Beitrag zum Weiterbestand seiner Wissenschaft geleistet.

Der Theoretiker

Nehmen wir zum Schluss einen typischen Theoretiker, z.B. einen Mathematiker. Dieser stellt zunächst die Frage: Was ist «wackeln»?

Hierzu macht er die wichtige Beobachtung, dass beim Wackeln zwei gegenüberliegende Füße auf dem Boden sind – die Gerade durch diese beiden Füße ist die so genannte *Wackelachse* – und dass jeweils einer der andern beiden Füße in der Luft ist. Daraus ergibt sich folgende zentrale Feststellung: *Es gibt zwei Wackelzustände für einen 4-beinigen Tisch, entsprechend den beiden möglichen Wackelachsen.*

Nun macht er das folgende Gedankenexperiment. Er denkt sich die Tischfüsse von 1 bis 4 durchnummeriert und startet mit einem Zustand mit Wackelachse 1–3, das heisst, die Füße mit Nummer 1 und 3 sind am Boden und durch sie läuft die Wackelachse, während einer der Füße mit Nummer 2 oder 4 in der Luft ist. *Nun hebt er in Gedanken den Tisch hoch, dreht ihn um 90° und stellt ihn wieder auf den Boden.* Selbstverständlich wackelt der Tisch nun genauso wie vorher, denn der Boden darunter hat sich ja nicht verändert¹. Vom Tisch aus gesehen, sieht es allerdings anders aus, denn die Wackelachse läuft jetzt durch die Füße mit den Nummern 2 und 4! (Er hat den Tisch ja um 90° gedreht.) Daraus kann er nun folgenden Schluss ziehen: *Im Laufe der Drehung um 90° ist die ursprüngliche Wackelachse in die dazu senkrechte Wackelachse «hinübergesprungen». Es muss also eine Zwischenposition geben, bei der dieser Wechsel der Wackelachse stattgefunden hat. In dieser Position kann der Tisch jedoch nicht wackeln!*



Damit hat er folgendes Ergebnis gefunden:
 Schlussfolgerung: *Dreht man einen wackelnden Gartentisch um die eigene Achse in eine beliebige Richtung, so erreicht man innerhalb von 90° einen Zustand, in dem der Tisch nicht mehr wackelt.*

Dieses überraschend einfache Resultat lässt sich leider nicht patentieren, also auch nicht «technologisch transferieren» oder gar finanziell auswerten. Es ist auch nicht interdisziplinär entstanden, führte zu keinen Forschungsprojekten und erzeugte keine Diplom- oder Doktorarbeiten. Es ist schlicht und einfach originell, elegant und wirkungsvoll! Spontan glaubt es allerdings keiner, denn den meisten Menschen fehlt das Vertrauen in den abstrakten logischen Schluss, vor allem bei so genannten praktischen Problemen.

Wir überlassen es daher Ihnen, diese Methode in der Praxis zu überprüfen: Sie können damit Ihre Gäste beeindrucken! Wenn Sie dann noch anführen, dass Sie dies von einem theoretischen(!) Mathematiker gelernt haben, so bin ich Ihnen dafür dankbar.

PS. Für den mathematisch gebildeten Laien sei hier angemerkt, dass hinter diesem Resultat ein Satz der Infinitesimalrechnung steckt, nämlich der so genannte «Zwischenwertsatz», welcher besagt, dass eine stetige Funktion f auf dem Intervall $[a, b]$ jeden Wert zwischen den beiden Randwerten $f(a)$ und $f(b)$ annimmt.

Prof. Dr.phil. Hanspeter Kraft ist Ordinarius für Mathematik am Mathematischen Institut der Universität Basel.

¹Wir gehen davon aus, dass der Tisch keine Fehlkonstruktion ist, auf einer ebenen Oberfläche also nicht wackelt. Das ist sicher eine vernünftige Annahme für die Praxis.