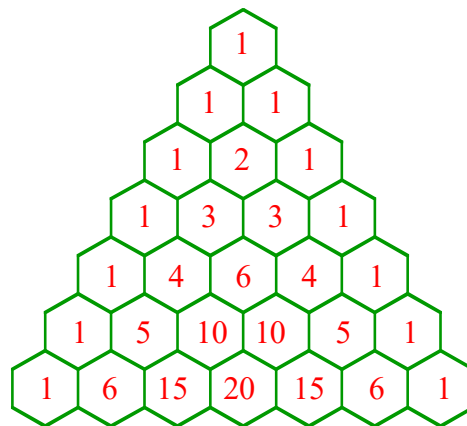


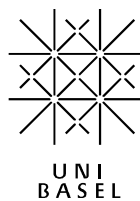
Hans Walser

Mathematik II für Naturwissenschaften



Tabellen

(von Christine Zehrt leicht gekürzte und veränderte Version)



Inhalt

1	Binomialverteilung	1
1.1	Binomialverteilung (ohne Summation).....	2
1.2	Summierte Binomialverteilung	5
1.3	Summierte Binomialverteilung, $p = q = 0.5$	8
2	Normalverteilung.....	10
3	Studentsche t -Verteilung	12
3.1	Mittelwert einer Stichprobe. Vertrauensintervall.....	12
3.2	Vergleich der Mittelwerte zweier Normalverteilungen.....	12
3.2.1	Unabhängige Stichproben.....	12
3.2.2	Gepaarte Stichproben.....	12
4	Schranken der F -Verteilung für das Signifikanzniveau 5%.....	14
5	Korrelationsanalyse	20
5.1	Kritische Werte für den Korrelationskoeffizienten nach Pearson.....	20
5.2	Kritische Werte für den Korrelationskoeffizienten nach Spearman	21
6	Chi-Quadrat-Tabelle.....	22

Tabellen für die Lehrveranstaltung *Mathematik II für Naturwissenschaften*

Sommer 2006 Probeausgabe

Sommer 2007 Korrekturen. MathType. Ergänzungen

Frühjahr 2008 Grafische Überarbeitung. Kleine Ergänzungen

Frühjahr 2009 Fehlerkorrekturen

Frühjahr 2011 Fehlerkorrekturen. Kürzung

Frühjahr 2014 Kleine Überarbeitung

Hans Walser

Mathematisches Institut, Rheinsprung 21, 4051 Basel

www.walser-h-m.ch/hans

30. März 2015: Leicht gekürzt und Formeln ersetzt

22. Februar 2018: Kleine Überarbeitung der Erklärungen zu den Tabellen

17. Februar 2021: Ein paar kleinere Korrekturen

Christine Zehrt

1 Binomialverteilung

Binomialverteilung (ohne Summation)

Es ist p die Erfolgswahrscheinlichkeit im Einzelversuch.

Ferner ist $q = 1 - p$ die Misserfolgswahrscheinlichkeit im Einzelversuch.

Die Wahrscheinlichkeit $P_n(k)$, auf n Versuche *genau* k Erfolge zu haben, ist

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} .$$

Summierte Binomialverteilung

Es ist p die Erfolgswahrscheinlichkeit im Einzelversuch.

Ferner ist $q = 1 - p$ die Misserfolgswahrscheinlichkeit im Einzelversuch.

Die Wahrscheinlichkeit, auf n Versuche *höchstens* x Erfolge zu haben, ist

$$P_n(k \leq x) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(x) = \sum_{k=0}^x P_n(k) .$$

1.1 Binomialverteilung (ohne Summation)

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad n = 2, 3, \dots, 7$$

	p	0.001	0.01	0.05	0.1	1/6	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
n	k										
2	0	0.998	0.980	0.903	0.810	0.694	0.640	0.563	0.490	0.360	0.250
2	1	0.002	0.020	0.095	0.180	0.278	0.320	0.375	0.420	0.480	0.500
2	2	0.000	0.000	0.003	0.010	0.028	0.040	0.063	0.090	0.160	0.250
3	0	0.997	0.970	0.857	0.729	0.579	0.512	0.422	0.343	0.216	0.125
3	1	0.003	0.029	0.135	0.243	0.347	0.384	0.422	0.441	0.432	0.375
3	2	0.000	0.000	0.007	0.027	0.069	0.096	0.141	0.189	0.288	0.375
3	3	0.000	0.000	0.000	0.001	0.005	0.008	0.016	0.027	0.064	0.125
4	0	0.996	0.961	0.815	0.656	0.482	0.410	0.316	0.240	0.130	0.063
4	1	0.004	0.039	0.171	0.292	0.386	0.410	0.422	0.412	0.346	0.250
4	2	0.000	0.001	0.014	0.049	0.116	0.154	0.211	0.265	0.346	0.375
4	3	0.000	0.000	0.000	0.004	0.015	0.026	0.047	0.076	0.154	0.250
4	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.008	0.026	0.063
5	0	0.995	0.951	0.774	0.590	0.402	0.328	0.237	0.168	0.078	0.031
5	1	0.005	0.048	0.204	0.328	0.402	0.410	0.396	0.360	0.259	0.156
5	2	0.000	0.001	0.021	0.073	0.161	0.205	0.264	0.309	0.346	0.313
5	3	0.000	0.000	0.001	0.008	0.032	0.051	0.088	0.132	0.230	0.313
5	4	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.006	0.015	0.028	0.077	0.156
5	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.010	0.031
6	0	0.994	0.941	0.735	0.531	0.335	0.262	0.178	0.118	0.047	0.016
6	1	0.006	0.057	0.232	0.354	0.402	0.393	0.356	0.303	0.187	0.094
6	2	0.000	0.001	0.031	0.098	0.201	0.246	0.297	0.324	0.311	0.234
6	3	0.000	0.000	0.002	0.015	0.054	0.082	0.132	0.185	0.276	0.313
6	4	0.000	0.000	0.000	0.001	0.008	0.015	0.033	0.060	0.138	0.234
6	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.010	0.037	0.094
6	6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016
7	0	0.993	0.932	0.698	0.478	0.279	0.210	0.133	0.082	0.028	0.008
7	1	0.007	0.066	0.257	0.372	0.391	0.367	0.311	0.247	0.131	0.055
7	2	0.000	0.002	0.041	0.124	0.234	0.275	0.311	0.318	0.261	0.164
7	3	0.000	0.000	0.004	0.023	0.078	0.115	0.173	0.227	0.290	0.273
7	4	0.000	0.000	0.000	0.003	0.016	0.029	0.058	0.097	0.194	0.273
7	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.004	0.012	0.025	0.077	0.164
7	6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.017	0.055
7	7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.008

1.3 Summierte Binomialverteilung, $p = q = 0.5$

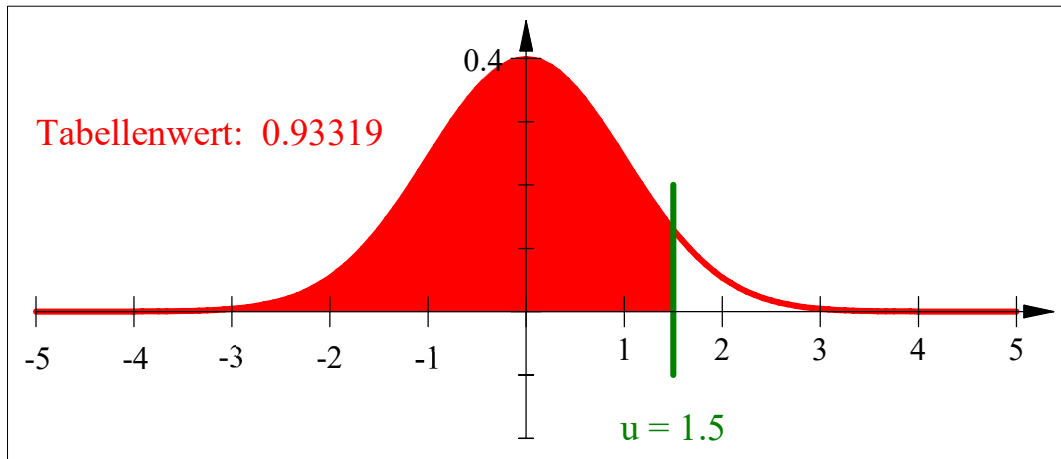
$$P_n(k \leq x) = \sum_{k=0}^x P_n(k) \quad n = 1, 2, \dots, 20$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x										
0	0.500	0.250	0.125	0.063	0.031	0.016	0.008	0.004	0.002	0.001
1	1.000	0.750	0.500	0.313	0.188	0.109	0.063	0.035	0.020	0.011
2		1.000	0.875	0.688	0.500	0.344	0.227	0.145	0.090	0.055
3			1.000	0.938	0.813	0.656	0.500	0.363	0.254	0.172
4				1.000	0.969	0.891	0.773	0.637	0.500	0.377
5					1.000	0.984	0.938	0.855	0.746	0.623
6						1.000	0.992	0.965	0.910	0.828
7							1.000	0.996	0.980	0.945
8								1.000	0.998	0.989
9									1.000	0.999
10										1.000

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x										
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.006	0.003	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.033	0.019	0.011	0.006	0.004	0.002	0.001	0.001	0.000	0.000
3	0.113	0.073	0.046	0.029	0.018	0.011	0.006	0.004	0.002	0.001
4	0.274	0.194	0.133	0.090	0.059	0.038	0.025	0.015	0.010	0.006
5	0.500	0.387	0.291	0.212	0.151	0.105	0.072	0.048	0.032	0.021
6	0.726	0.613	0.500	0.395	0.304	0.227	0.166	0.119	0.084	0.058
7	0.887	0.806	0.709	0.605	0.500	0.402	0.315	0.240	0.180	0.132
8	0.967	0.927	0.867	0.788	0.696	0.598	0.500	0.407	0.324	0.252
9	0.994	0.981	0.954	0.910	0.849	0.773	0.685	0.593	0.500	0.412
10	1.000	0.997	0.989	0.971	0.941	0.895	0.834	0.760	0.676	0.588
11	1.000	1.000	0.998	0.994	0.982	0.962	0.928	0.881	0.820	0.748
12		1.000	1.000	0.999	0.996	0.989	0.975	0.952	0.916	0.868
13			1.000	1.000	1.000	0.998	0.994	0.985	0.968	0.942
14				1.000	1.000	1.000	0.999	0.996	0.990	0.979
15					1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.994
16						1.000	1.000	1.000	1.000	0.999
17							1.000	1.000	1.000	1.000

2 Normalverteilung

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$



Was die Tabelle liefert

Beispiel:

$$\Phi(1.5) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{1.5} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = 0.93319$$

Problemstellung:

$$P(a \leq X \leq b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_a}^{u_b} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

(1) Umrechnen der Grenzen:

$$u_b = \frac{b - \mu}{\sigma}, \quad u_a = \frac{a - \mu}{\sigma}$$

(2) Die Tabelle liefert:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

(3) Berechnung des Integrals

$$P(a \leq X \leq b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_a}^{u_b} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = \Phi(u_b) - \Phi(u_a)$$

Die **zweite Stelle** nach dem Dezimalpunkt der Variablen u wird der **obersten Zeile** entnommen.

Beispiel: $\Phi(1.26) = 0.89617$

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

Negatives u : $\Phi(-u) = 1 - \Phi(u)$

Beispiel: $\Phi(-0.7) = 1 - \Phi(0.7) = 1 - 0.75804 = 0.24196$

3 Studentische t-Verteilung

3.1 Mittelwert einer Stichprobe. Vertrauensintervall

Testgröße für μ_0 als Mittelwert: $t = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{SE_x}$

Vertrauensintervall zum Niveau $1 - \alpha$:

$$[\bar{x} - t_{\alpha, \nu} \cdot SE_x, \bar{x} + t_{\alpha, \nu} \cdot SE_x]$$

Dabei bedeutet $t_{\alpha, \nu}$ die kritische Schranke für das Signifikanzniveau α und den Freiheitsgrad $\nu = n - 1$, wobei der Stichprobenumfang n klein ist.

Schreibweise: $\bar{x} \pm t_{\alpha, \nu} \cdot SE_x$

Beispiel: $t_{5\%, 8} = 2.306$ (zweiseitig)

3.2 Vergleich der Mittelwerte zweier Normalverteilungen

3.2.1 Unabhängige Stichproben

Nullhypothese: $\mu_x = \mu_y$

α wählen. Entscheiden, ob zweiseitig oder einseitig testen.

Testgröße: $t = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{SE_{\bar{x} - \bar{y}}} = |\bar{x} - \bar{y}| \sqrt{\frac{n_x n_y}{n_x + n_y} \sqrt{\frac{n_x + n_y - 2}{s_x^2(n_x - 1) + s_y^2(n_y - 1)}}$

Freiheitsgrad: $\nu = n_x + n_y - 2$

Aus Tabelle t_{krit} ablesen.

Falls $t > t_{\text{krit}} \Rightarrow$ Nullhypothese verwerfen

3.2.2 Gepaarte Stichproben

Nullhypothese: $\mu_x = \mu_y$

α wählen. Entscheiden, ob zweiseitig oder einseitig testen.

Testgröße: $t = \frac{\bar{d}}{SE_{\bar{d}}}$, dabei ist $d_i = x_i - y_i$

Freiheitsgrad: $\nu = n - 1$

Aus Tabelle t_{krit} ablesen.

Falls $t > t_{\text{krit}} \Rightarrow$ Nullhypothese verwerfen

Studentsche t-Verteilung

FG ν	Irrtumswahrscheinlichkeit α für den zweiseitigen Test								
	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001	0.0001
1	1.000	3.078	6.3114	12.706	31.821	63.65	318.30	636.61	6366.1
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.598	99.992
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214	12.924	28.000
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610	15.544
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869	11.178
6	0.718	1.440	1.943	2.441	3.143	3.707	5.208	5.959	9.082
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408	7.885
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041	7.120
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781	6.594
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587	6.211
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437	5.921
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318	5.694
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221	5.513
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140	5.363
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073	5.239
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015	5.134
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965	5.044
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922	4.966
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883	4.897
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850	4.837
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819	4.784
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792	4.736
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767	4.693
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745	4.654
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725	4.619
26	0.684	1.315	1.706	2.096	2.479	2.779	3.435	3.107	4.587
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690	4.558
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674	4.530
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659	4.506
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646	4.482
35	0.682	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340	3.591	4.389
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551	4.321
45	0.680	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	3.281	3.520	4.269
50	0.679	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496	4.228
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460	4.169
70	0.678	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211	3.435	4.127
80	0.678	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416	4.096
90	0.677	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183	3.402	4.072
100	0.677	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.114	3.390	4.053
200	0.676	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.131	3.340	3.970
500	0.675	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586	3.107	3.310	3.92.2
∞	0.674	1.226	1.645	1.960	2.326	2.575	3.090	3.290	3.890
FG ν	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005	0.00005

Irrtumswahrscheinlichkeit α für den einseitigen Test

4 Schranken der F -Verteilung für das Signifikanzniveau 5%

Varianzenquotiententest

Nullhypothese: $\sigma_x = \sigma_y$

Signifikanzniveau α wählen.

Testgröße: $F = \frac{s_x^2}{s_y^2}$, Zähler größer als Nenner

Freiheitsgrade: $\nu_x = n_x - 1, \nu_y = n_y - 1$

Aus Tabelle F_{krit} ablesen.

Falls $F > F_{\text{krit}} \Rightarrow$ Nullhypothese verwerfen

Schranken der F -Verteilung für das Signifikanzniveau 5%

	Freiheitsgrade für den Zähler (größere Varianz)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89
300	3.87	3.03	2.63	2.40	2.24	2.13	2.04	1.97	1.91	1.86
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84

Freiheitsgrade für den Nenner (kleinere Varianz)

Schranken der F-Verteilung für das Signifikanzniveau 5%

		Freiheitsgrade für den Zähler (größere Varianz)									
		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Freiheitsgrade für den Nenner (kleinere Varianz)	1	243	244	245	245	246	246	247	247	248	248
	2	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
	3	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70	8.69	8.68	8.67	8.67	8.66
	4	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.84	5.83	5.82	5.81	5.80
	5	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.60	4.59	4.58	4.57	4.56
	6	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.92	3.91	3.90	3.88	3.87
	7	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.49	3.48	3.47	3.46	3.44
	8	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.20	3.19	3.17	3.16	3.15
	9	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.99	2.97	2.96	2.95	2.94
	10	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.83	2.81	2.80	2.79	2.77
	11	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.70	2.69	2.67	2.66	2.65
	12	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.60	2.58	2.57	2.56	2.54
	13	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.51	2.50	2.48	2.47	2.46
	14	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.44	2.43	2.41	2.40	2.39
	15	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.38	2.37	2.35	2.34	2.33
	16	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.33	2.32	2.30	2.29	2.28
	17	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.26	2.24	2.23
	18	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19
	19	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.21	2.20	2.18	2.17	2.16
	20	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12
	21	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.11	2.10
	22	2.26	2.23	2.20	2.17	2.15	2.13	2.11	2.10	2.08	2.07
	23	2.24	2.20	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.08	2.06	2.05
	24	2.22	2.18	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.03
	25	2.20	2.16	2.14	2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01
	26	2.18	2.15	2.12	2.09	2.07	2.05	2.03	2.02	2.00	1.99
	27	2.17	2.13	2.10	2.08	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99	1.97
	28	2.15	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99	1.97	1.96
	29	2.14	2.10	2.08	2.05	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94
	30	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.99	1.98	1.96	1.95	1.93
35	2.07	2.04	2.01	1.99	1.96	1.94	1.92	1.91	1.89	1.88	
40	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84	
50	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	
60	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	
70	1.93	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.77	1.75	1.74	1.72	
80	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70	
100	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.68	
150	1.85	1.82	1.79	1.76	1.73	1.71	1.69	1.67	1.66	1.64	
300	1.82	1.78	1.75	1.72	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	1.61	
1000	1.80	1.76	1.73	1.70	1.68	1.65	1.63	1.61	1.60	1.58	

Schranken der F-Verteilung für das Signifikanzniveau 5%

		Freiheitsgrade für den Zähler (größere Varianz)									
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Freiheitsgrade für den Nenner (kleinere Varianz)	1	248	249	249	249	249	249	250	250	250	250
	2	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
	3	8.65	8.65	8.64	8.64	8.63	8.63	8.63	8.62	8.62	8.62
	4	5.79	5.79	5.78	5.77	5.77	5.76	5.76	5.75	5.75	5.75
	5	4.55	4.54	4.53	4.53	4.52	4.52	4.51	4.50	4.50	4.50
	6	3.86	3.86	3.85	3.84	3.83	3.83	3.82	3.82	3.81	3.81
	7	3.43	3.43	3.42	3.41	3.40	3.40	3.39	3.39	3.38	3.38
	8	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	3.10	3.09	3.08	3.08
	9	2.93	2.92	2.91	2.90	2.89	2.89	2.88	2.87	2.87	2.86
	10	2.76	2.75	2.75	2.74	2.73	2.72	2.72	2.71	2.70	2.70
	11	2.64	2.63	2.62	2.61	2.60	2.59	2.59	2.58	2.58	2.57
	12	2.53	2.52	2.51	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.47	2.47
	13	2.45	2.44	2.43	2.42	2.41	2.41	2.40	2.39	2.39	2.38
	14	2.38	2.37	2.36	2.35	2.34	2.33	2.33	2.32	2.31	2.31
	15	2.32	2.31	2.30	2.29	2.28	2.27	2.27	2.26	2.25	2.25
	16	2.26	2.25	2.24	2.24	2.23	2.22	2.21	2.21	2.20	2.19
	17	2.22	2.21	2.20	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	2.15	2.15
	18	2.18	2.17	2.16	2.15	2.14	2.13	2.13	2.12	2.11	2.11
	19	2.14	2.13	2.12	2.11	2.11	2.10	2.09	2.08	2.08	2.07
	20	2.11	2.10	2.09	2.08	2.07	2.07	2.06	2.05	2.05	2.04
	21	2.08	2.07	2.06	2.05	2.05	2.04	2.03	2.02	2.02	2.01
	22	2.06	2.05	2.04	2.03	2.02	2.01	2.00	2.00	1.99	1.98
	23	2.04	2.02	2.01	2.01	2.00	1.99	1.98	1.97	1.97	1.96
	24	2.01	2.00	1.99	1.98	1.97	1.97	1.96	1.95	1.95	1.94
	25	2.00	1.98	1.97	1.96	1.96	1.95	1.94	1.93	1.93	1.92
	26	1.98	1.97	1.96	1.95	1.94	1.93	1.92	1.91	1.91	1.90
	27	1.96	1.95	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	1.90	1.89	1.88
	28	1.95	1.93	1.92	1.91	1.91	1.90	1.89	1.88	1.88	1.87
	29	1.93	1.92	1.91	1.90	1.89	1.88	1.88	1.87	1.86	1.85
	30	1.92	1.91	1.90	1.89	1.88	1.87	1.86	1.85	1.85	1.84
35	1.87	1.85	1.84	1.83	1.82	1.82	1.81	1.80	1.79	1.79	
40	1.83	1.81	1.80	1.79	1.78	1.77	1.77	1.76	1.75	1.74	
50	1.77	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	1.71	1.70	1.69	1.69	
60	1.73	1.72	1.71	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	1.66	1.65	
70	1.71	1.70	1.68	1.67	1.66	1.65	1.65	1.64	1.63	1.62	
80	1.69	1.68	1.67	1.65	1.64	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	
100	1.66	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	
150	1.63	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.54	
300	1.59	1.58	1.57	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	
1000	1.57	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	

Schranken der F-Verteilung für das Signifikanzniveau 5%

		Freiheitsgrade für den Zähler (größere Varianz)									
		31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Freiheitsgrade für den Nenner (kleinere Varianz)	1	250	250	250	251	251	251	251	251	251	251
	2	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
	3	8.61	8.61	8.61	8.61	8.60	8.60	8.60	8.60	8.60	8.59
	4	5.74	5.74	5.74	5.73	5.73	5.73	5.72	5.72	5.72	5.72
	5	4.49	4.49	4.48	4.48	4.48	4.47	4.47	4.47	4.47	4.46
	6	3.80	3.80	3.80	3.79	3.79	3.79	3.78	3.78	3.78	3.77
	7	3.37	3.37	3.36	3.36	3.36	3.35	3.35	3.35	3.34	3.34
	8	3.07	3.07	3.07	3.06	3.06	3.06	3.05	3.05	3.05	3.04
	9	2.86	2.85	2.85	2.85	2.84	2.84	2.84	2.83	2.83	2.83
	10	2.69	2.69	2.69	2.68	2.68	2.67	2.67	2.67	2.66	2.66
	11	2.57	2.56	2.56	2.55	2.55	2.54	2.54	2.54	2.53	2.53
	12	2.46	2.46	2.45	2.45	2.44	2.44	2.44	2.43	2.43	2.43
	13	2.38	2.37	2.37	2.36	2.36	2.35	2.35	2.35	2.34	2.34
	14	2.30	2.30	2.29	2.29	2.28	2.28	2.28	2.27	2.27	2.27
	15	2.24	2.24	2.23	2.23	2.22	2.22	2.21	2.21	2.21	2.20
	16	2.19	2.18	2.18	2.17	2.17	2.17	2.16	2.16	2.15	2.15
	17	2.14	2.14	2.13	2.13	2.12	2.12	2.11	2.11	2.11	2.10
	18	2.10	2.10	2.09	2.09	2.08	2.08	2.07	2.07	2.07	2.06
	19	2.07	2.06	2.06	2.05	2.05	2.04	2.04	2.03	2.03	2.03
	20	2.03	2.03	2.02	2.02	2.01	2.01	2.01	2.00	2.00	1.99
	21	2.00	2.00	1.99	1.99	1.98	1.98	1.98	1.97	1.97	1.96
	22	1.98	1.97	1.97	1.96	1.96	1.95	1.95	1.95	1.94	1.94
	23	1.95	1.95	1.94	1.94	1.93	1.93	1.93	1.92	1.92	1.91
	24	1.93	1.93	1.92	1.92	1.91	1.91	1.90	1.90	1.90	1.89
	25	1.91	1.91	1.90	1.90	1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.87
	26	1.89	1.89	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.86	1.86	1.85
	27	1.88	1.87	1.87	1.86	1.86	1.85	1.85	1.84	1.84	1.84
	28	1.86	1.86	1.85	1.85	1.84	1.84	1.83	1.83	1.82	1.82
	29	1.85	1.84	1.84	1.83	1.83	1.82	1.82	1.81	1.81	1.81
	30	1.83	1.83	1.82	1.82	1.81	1.81	1.80	1.80	1.80	1.79
35	1.78	1.77	1.77	1.76	1.76	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	
40	1.74	1.73	1.73	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	
50	1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.65	1.65	1.64	1.64	1.63	
60	1.64	1.64	1.63	1.62	1.62	1.61	1.61	1.60	1.60	1.59	
70	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.58	1.57	1.57	
80	1.59	1.59	1.58	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	
100	1.57	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.52	1.52	1.52	
150	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.49	1.48	1.48	
300	1.49	1.48	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.45	1.44	1.43	
1000	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.42	1.42	1.41	1.41	

Schranken der F-Verteilung für das Signifikanzniveau 5%

		Freiheitsgrade für den Zähler (größere Varianz)									
		45	50	60	70	80	100	120	150	300	1000
Freiheitsgrade für den Nenner (kleinere Varianz)	1	251	252	252	252	253	253	253	253	254	254
	2	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
	3	8.59	8.58	8.57	8.57	8.56	8.55	8.55	8.54	8.54	8.53
	4	5.71	5.70	5.69	5.68	5.67	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63
	5	4.45	4.44	4.43	4.42	4.41	4.41	4.40	4.39	4.38	4.37
	6	3.76	3.75	3.74	3.73	3.72	3.71	3.70	3.70	3.68	3.67
	7	3.33	3.32	3.30	3.29	3.29	3.27	3.27	3.26	3.24	3.23
	8	3.03	3.02	3.01	2.99	2.99	2.97	2.97	2.96	2.94	2.93
	9	2.81	2.80	2.79	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.72	2.71
	10	2.65	2.64	2.62	2.61	2.60	2.59	2.58	2.57	2.55	2.54
	11	2.52	2.51	2.49	2.48	2.47	2.46	2.45	2.44	2.42	2.41
	12	2.41	2.40	2.38	2.37	2.36	2.35	2.34	2.33	2.31	2.30
	13	2.33	2.31	2.30	2.28	2.27	2.26	2.25	2.24	2.23	2.21
	14	2.25	2.24	2.22	2.21	2.20	2.19	2.18	2.17	2.15	2.14
	15	2.19	2.18	2.16	2.15	2.14	2.12	2.11	2.10	2.09	2.07
	16	2.14	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.05	2.03	2.02
	17	2.09	2.08	2.06	2.05	2.03	2.02	2.01	2.00	1.98	1.97
	18	2.05	2.04	2.02	2.00	1.99	1.98	1.97	1.96	1.94	1.92
	19	2.01	2.00	1.98	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.90	1.88
	20	1.98	1.97	1.95	1.93	1.92	1.91	1.90	1.89	1.86	1.85
	21	1.95	1.94	1.92	1.90	1.89	1.88	1.87	1.86	1.83	1.82
	22	1.92	1.91	1.89	1.88	1.86	1.85	1.84	1.83	1.81	1.79
	23	1.90	1.88	1.86	1.85	1.84	1.82	1.81	1.80	1.78	1.76
	24	1.88	1.86	1.84	1.83	1.82	1.80	1.79	1.78	1.76	1.74
	25	1.86	1.84	1.82	1.81	1.80	1.78	1.77	1.76	1.73	1.72
	26	1.84	1.82	1.80	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.71	1.70
	27	1.82	1.81	1.79	1.77	1.76	1.74	1.73	1.72	1.70	1.68
	28	1.80	1.79	1.77	1.75	1.74	1.73	1.71	1.70	1.68	1.66
	29	1.79	1.77	1.75	1.74	1.73	1.71	1.70	1.69	1.66	1.65
	30	1.77	1.76	1.74	1.72	1.71	1.70	1.68	1.67	1.65	1.63
35	1.72	1.70	1.68	1.66	1.65	1.63	1.62	1.61	1.58	1.57	
40	1.67	1.66	1.64	1.62	1.61	1.59	1.58	1.56	1.54	1.52	
50	1.61	1.60	1.58	1.56	1.54	1.52	1.51	1.50	1.47	1.45	
60	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.48	1.47	1.45	1.42	1.40	
70	1.55	1.53	1.50	1.49	1.47	1.45	1.44	1.42	1.39	1.36	
80	1.52	1.51	1.48	1.46	1.45	1.43	1.41	1.39	1.36	1.34	
100	1.49	1.48	1.45	1.43	1.41	1.39	1.38	1.36	1.32	1.30	
150	1.45	1.44	1.41	1.39	1.37	1.34	1.33	1.31	1.27	1.24	
300	1.41	1.39	1.36	1.34	1.32	1.30	1.28	1.26	1.21	1.17	
1000	1.38	1.36	1.33	1.31	1.29	1.26	1.24	1.22	1.16	1.11	

5 Korrelationsanalyse

5.1 Kritische Werte für den Korrelationskoeffizienten von Pearson

Voraussetzung: Bivariate Normalverteilung

Nullhypothese: Keine Korrelation

Testgröße: $|r_{xy}|$, wobei

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2}}$$

Signifikanzniveau α wählen. Aus Tabelle r_{krit} ablesen.

Falls $|r_{xy}| > r_{krit} \Rightarrow$ Nullhypothese verwerfen

n	α (zweiseitig)				n	α (zweiseitig)			
	10%	5%	2%	1%		10%	5%	2%	1%
1	-	-	-	-	21	0.369	0.433	0.503	0.549
2	-	-	-	-	22	0.360	0.423	0.492	0.537
3	0.988	0.997	0.9995	0.9999	23	0.352	0.413	0.482	0.526
4	0.900	0.950	0.980	0.990	24	0.344	0.404	0.472	0.515
5	0.805	0.878	0.934	0.959	25	0.337	0.396	0.462	0.505
6	0.729	0.811	0.882	0.917	26	0.330	0.388	0.453	0.496
7	0.669	0.754	0.833	0.874	27	0.323	0.381	0.445	0.487
8	0.622	0.707	0.789	0.834	28	0.317	0.374	0.437	0.479
9	0.582	0.666	0.750	0.798	29	0.311	0.367	0.430	0.471
10	0.549	0.632	0.716	0.765	30	0.306	0.361	0.423	0.463
11	0.521	0.602	0.685	0.735	31	0.301	0.355	0.416	0.456
12	0.497	0.576	0.658	0.708	32	0.296	0.349	0.409	0.449
13	0.476	0.553	0.634	0.684	33	0.291	0.344	0.403	0.442
14	0.458	0.532	0.612	0.661	34	0.287	0.339	0.397	0.436
15	0.441	0.514	0.592	0.641	35	0.283	0.334	0.392	0.430
16	0.426	0.497	0.574	0.623	36	0.279	0.329	0.386	0.424
17	0.412	0.482	0.558	0.606	37	0.275	0.325	0.381	0.418
18	0.400	0.468	0.542	0.590	38	0.271	0.320	0.376	0.413
19	0.389	0.456	0.528	0.575	39	0.267	0.316	0.371	0.408
20	0.378	0.444	0.516	0.561	40	0.264	0.312	0.366	0.403

5.2 Kritische Werte für den Korrelationskoeffizienten von Spearman

Keine bivariate Normalverteilung vorausgesetzt.

Nullhypothese: Keine Korrelation

Testgröße: $|r_S|$, wobei

$$r_S = 1 - \frac{6}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^n d_i^2 \quad (d_i = \text{Rangdifferenz})$$

Signifikanzniveau α wählen. Aus Tabelle r_{krit} ablesen.

Falls $|r_S| > r_{\text{krit}} \Rightarrow$ Nullhypothese verwerfen

n	α (zweiseitig)				n	α (zweiseitig)			
	10%	5%	2%	1%		10%	5%	2%	1%
1	-	-	-	-	21	0.368	0.438	0.521	0.576
2	-	-	-	-	22	0.359	0.428	0.508	0.562
3	-	-	-	-	23	0.351	0.418	0.496	0.549
4	-	-	-	-	24	0.343	0.409	0.485	0.537
5	0.900	-	-	-	25	0.336	0.400	0.475	0.526
6	0.829	0.886	0.943	-	26	0.329	0.392	0.465	0.515
7	0.714	0.786	0.893	0.929	27	0.323	0.385	0.456	0.505
8	0.643	0.738	0.833	0.881	28	0.317	0.377	0.448	0.496
9	0.600	0.700	0.783	0.833	29	0.311	0.370	0.440	0.487
10	0.564	0.648	0.745	0.794	30	0.305	0.364	0.432	0.478
11	0.536	0.618	0.709	0.818	31	0.300	0.358	0.425	0.470
12	0.497	0.591	0.703	0.780	32	0.295	0.352	0.418	0.463
13	0.475	0.566	0.673	0.745	33	0.291	0.347	0.411	0.455
14	0.457	0.545	0.646	0.716	34	0.286	0.341	0.405	0.448
15	0.441	0.525	0.623	0.689	35	0.282	0.336	0.399	0.442
16	0.425	0.507	0.601	0.666	36	0.278	0.331	0.393	0.435
17	0.412	0.490	0.582	0.645	37	0.274	0.327	0.388	0.429
18	0.399	0.476	0.564	0.625	38	0.270	0.322	0.382	0.424
19	0.388	0.462	0.549	0.608	39	0.267	0.318	0.377	0.418
20	0.377	0.450	0.534	0.591	40	0.263	0.314	0.373	0.413

6 Chi-Quadrat-Tabelle

Nullhypothese H_0 : Stochastische Unabhängigkeit

Testgrösse χ^2 : Aus Randhäufigkeiten die unter H_0 erwarteten Häufigkeiten berechnen.
Differenzen zwischen den beobachteten und den erwarteten Häufigkeiten quadrieren
und durch die erwarteten Häufigkeiten dividieren. Die Summe dieser Zahlen ist χ^2 .

$m \times n$ Felder haben den Freiheitsgrad $(m - 1)(n - 1)$.

Signifikanzniveau α wählen. Aus Tabelle χ_{krit}^2 ablesen.

Falls $\chi^2 > \chi_{\text{krit}}^2 \Rightarrow$ Nullhypothese verwerfen

Freiheitsgrad	$\alpha = 10\%$	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 2.5\%$	$\alpha = 1\%$	$\alpha = 0.5\%$
1	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	36.74	40.11	43.19	46.96	49.65
28	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67