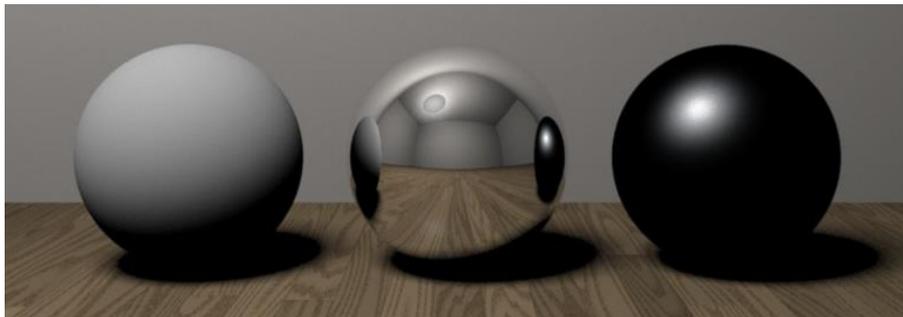

Globale Beleuchtung

Die drei Reflexionstypen



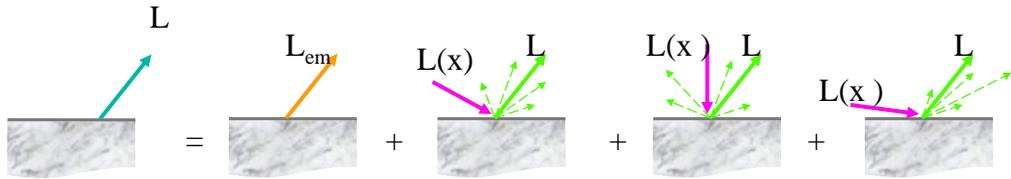
ideal diffus
(Lambertian)

ideal
reflektierend

richtungsabhängig
diffus (Phong)

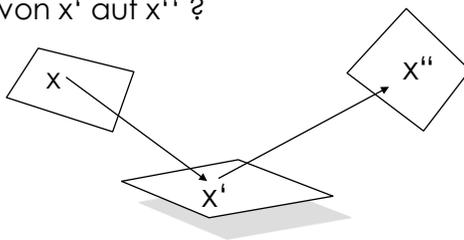


Beleuchtungsrechnung allgemein



Beleuchtung allgemein (Kaija '86)

Wie viel Licht fällt von x' auf x'' ?



$$L(x' \rightarrow x'') = E(x' \rightarrow x'') + \int_x f_r(x, x', x'') L(x \rightarrow x') V(x, x') G(x, x') dx$$

$L(x' \rightarrow x'')$ Beleuchtungsstärke von x' auf x''
„radiance“

$E(x' \rightarrow x'')$ emittierte Beleuchtungsstärke von x' auf x''

f ist die „BRDF“

$V(x, x')$ ist die Sichtbarkeit
1 falls x von x' sichtbar ist;
0 sonst;

$G(x, x')$ Geometrieterm

Radiosity

Zielsetzung

Im lokalen Beleuchtungsmodell soll der „ambiente“ Term ersetzt werden!

Es soll die „diffuse“ Reflektion zwischen den einzelnen Objekten modelliert werden!



Cornell University

Radiosity:

Grundidee

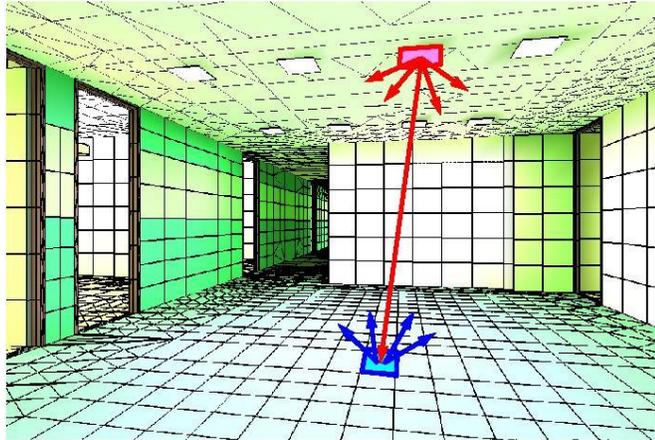
Jedes einzelne Polygon ist eine Lichtquelle (Lambertscher Strahler)!

Vorgehen:

Aufintegrieren
all dieser Lichtquellen.

Vorteil

- Unabhängig vom Blickpunkt !
- Physikalisches Modell von Schatten und indirekter Beleuchtung



Thomas Funkhouser

Radiosity Übersicht

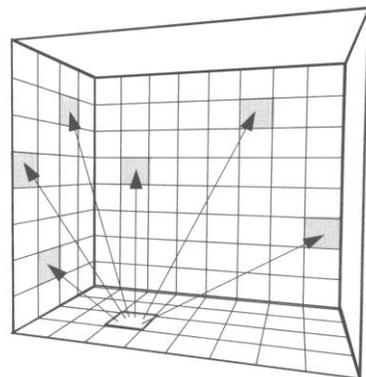
Die Oberfläche sei perfekt diffus

- das einfallende Licht wird in alle Richtungen gleichmässig abgestrahlt.

Eine Szene zerlegt sich in eine grosse Anzahl von Teilflächen.

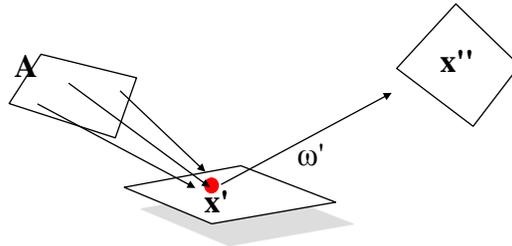
Die Radiosity, B_i , der Fläche i ist die Energie, die die Fläche verlässt. Die Radiosity einer Fläche ist konstant.

Einheit der Radiosity:
Watt / steradian * meter²



Radiosity Gleichung

$$L(x' \rightarrow x'') = E(x' \rightarrow x'') + \int_x f_r(x, x', x'') L(x \rightarrow x') V(x, x') G(x, x') dx$$



$$L(x', \omega') = E(x', \omega') + \int \rho_{x'}(\omega, \omega') L(x, \omega) G(x, x') V(x, x') dA$$

Radiosity Gleichung

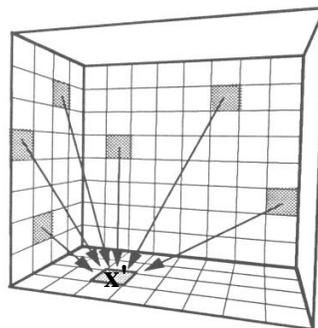
$$L(x', \omega') = E(x', \omega') + \int \rho_{x'}(\omega, \omega') L(x, \omega) G(x, x') V(x, x') dA$$



Radiosity Annahme:

perfekte diffuse Oberfläche (unabhängig von der Richtungs ω')

$$B_{x'} = E_{x'} + \rho_{x'} \int B_x G(x, x') V(x, x') dA_x$$



Stetige Radiosity Gleichung



Reflektivität



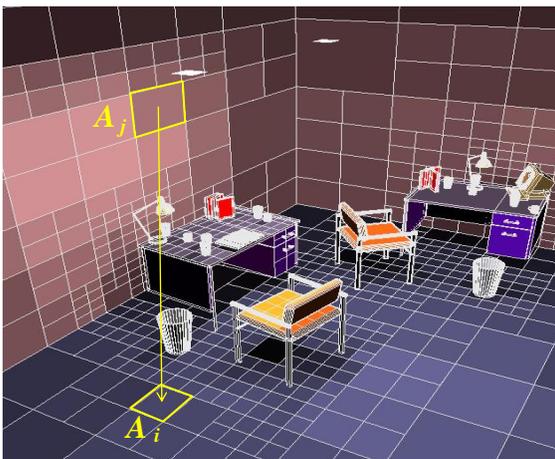
$$B_{x'} = E_{x'} + \rho_{x'} \underbrace{\int G(x, x') V(x, x')}_{\text{Formfaktor}} B_x dA_x$$

G: Geometrieterm
V: Sichtbarkeitsterm

Keine analytische Lösung,
nicht einmal für einfache Szenen.

Diskrete Radiosity Gleichung

Diskretisiere die Szene in n Flächen, jede mit konstanter Radiosity



Reflektivität



$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n F_{ij} B_j$$

Formfaktor



- diskrete Repräsentation
- iterative Lösung
- aufwändige Geometrie- und Sichtbarkeitsberechnungen

Radiosity Gleichung:

Die Gleichung:

$$B_i = E_i + \rho_i \sum B_j F_{ij}$$

B_i : Radiosity von Ploygon i

E_i : Emission von Ploygon i

ρ_i : Reflektivität des Ploygon i

F_{ij} : Formfaktor zwischen Ploygon i und j

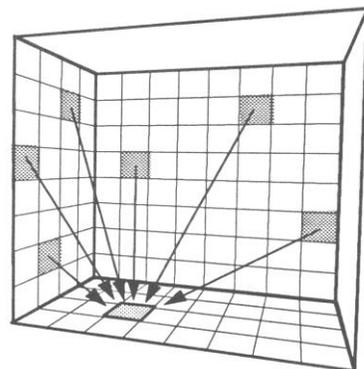
in Matrixform (für alle Polygone)

$$\begin{bmatrix} 1 & -\rho_1 F_{12} & \cdot & -\rho_1 F_{1n} \\ -\rho_2 F_{21} & 1 & \cdot & -\rho_2 F_{2n} \\ -\rho_3 F_{31} & -\rho_3 F_{32} & \cdot & -\rho_3 F_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\rho_n F_{n1} & -\rho_n F_{n2} & \cdot & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \cdot \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ \cdot \\ E_n \end{bmatrix}$$

Lösen der Radiosity Matrix

Die Radiosity einer einzelnen Fläche i wird durch iteratives Aufsummieren der Radiosities aller anderen Flächen berechnet:

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_i \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_i \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_1 F_{i1} & \rho_1 F_{i2} & \cdots & \rho_1 F_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_i \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix}^{(k)}$$



Dies entspricht im Prinzip dem Gauss-Seidel Relaxationsverfahren.

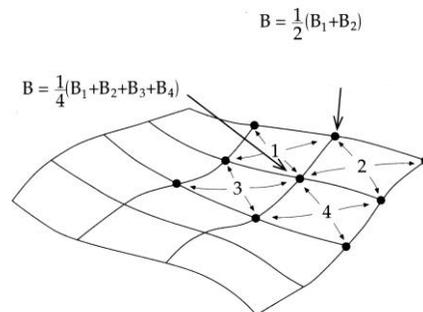
Berechnen der "Vertex-Radiosity"

B_i Radiosity-Werte sind pro Fläche konstant.

Um sie in dem Renderer zu übergeben werden sie auf die Vertices abgebildet.



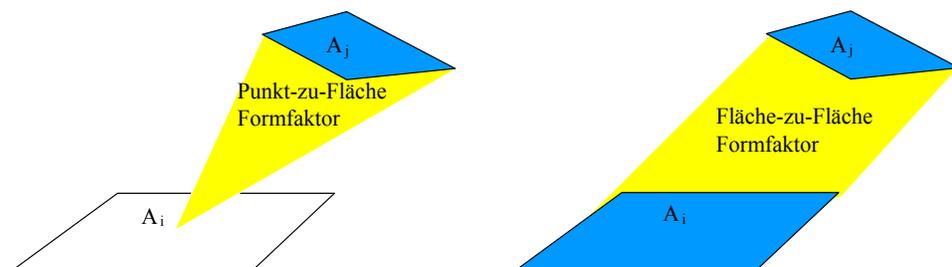
- Mittle über die Radiosities aller Flächen die an einen Vertex angrenzen.
- Am Rand einer Fläche wird je nach Gegebenheit extrapoliert.



Radiosity Flächen als Finite Elemente

Wir versuchen die Renderinggleichung mit ihren kontinuierlichen Radiosityfunktionen zu lösen.

Hierzu projizieren wir das Problem auf eine endliche Basis von Funktionen: Stückweise konstante Funktionen pro Flächen.

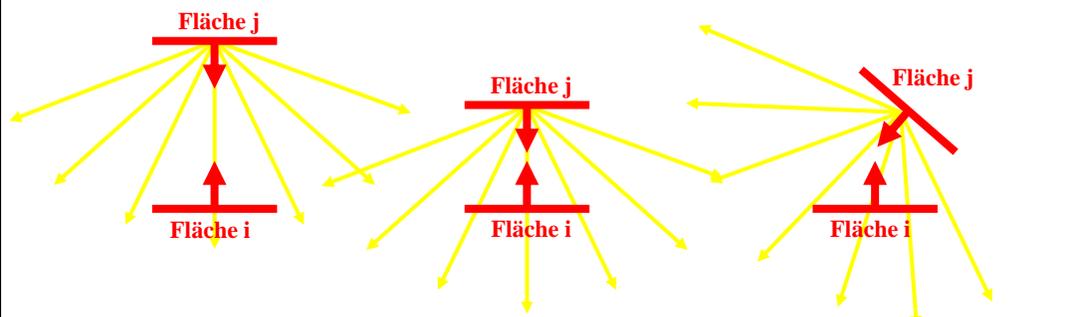


Berechnung des Formfaktors F_{ij}

F_{ij} = Bruchteil der Lichtenergie die die Fläche j verlässt und die Fläche i erreicht

Berücksichtigt beide:

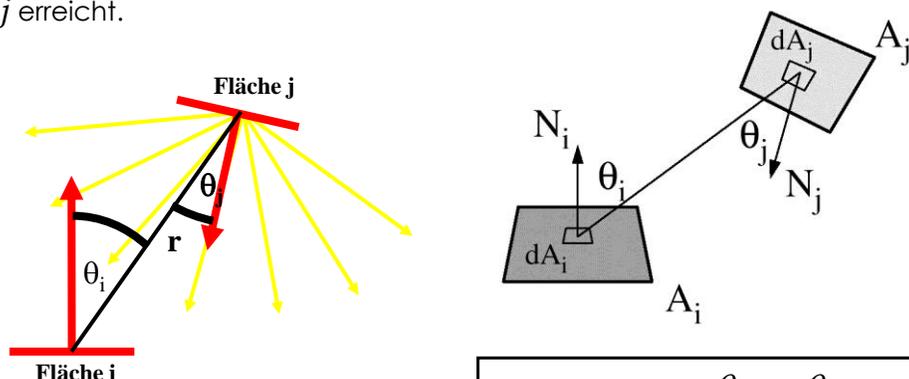
- Geometrie (Grösse, Orientierung & Position)
- Gegenseitige Sichtbarkeit



Formfaktoren:

Definition:

Der Bruchteil der Energie die das Polygon i verlässt und das Polygon j erreicht.



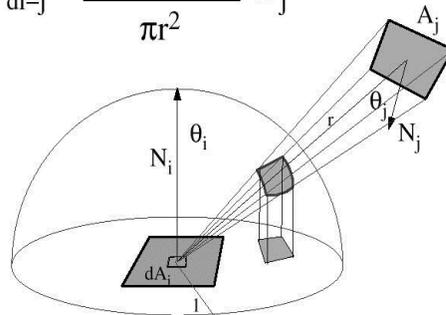
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \iint_{A_i, A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} dA_i dA_j$$

Formfaktoren: Vereinfachungen

z.B.

1. Projiziere A_j auf die Einheitshalbkugel $(A_j \cos \theta_j / r^2)$
2. Projiziere auf die Einheitskreis $(\cos \theta_i)$
3. Normiere auf die Kreisfläche $(1/\pi)$

$$\Rightarrow F_{di-j} = \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} A_j$$



"Hemicube Algorithm"

Ein Halb-Würfel wird um das Zentrum jeder Teilfläche konstruiert.

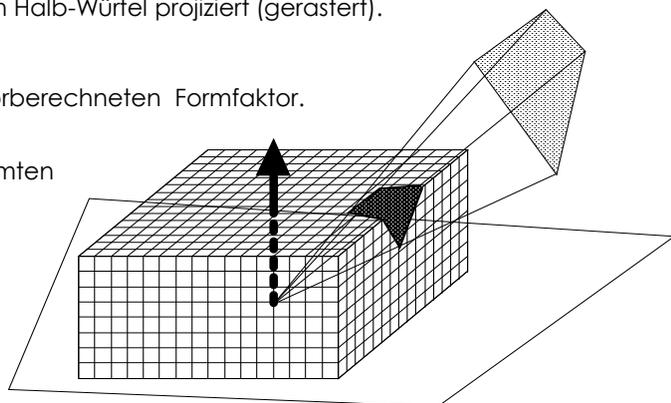
Die Flächen des Halb-Würfels werden in "Pixels" aufgeteilt.

Die Flächen werden auf den Halb-Würfel projiziert (gerastert).

Jeder Pixel speichert den vorberechneten Formfaktor.

Der Formfaktor einer bestimmten Fläche wird zur Summe über die getroffenen Pixel.

Verdeckungen können ähnlich zum z-Buffer behandelt werden.

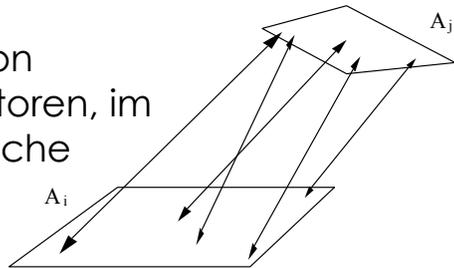


Formfaktoren durch "Ray Casting"

Bestimme n Strahlen zwischen den zwei Flächen

- n typischerweise zwischen 4 und 32
- Berechne Sichtbarkeit
- Integriere die Punkt-zu-Punkt Formfaktoren

Erlaubt die Berechnung von Fläche-zu-Fläche Formfaktoren, im Gegensatz zu Punkt-zu-Fläche Formfaktoren.



Genauigkeit eine Funktion der Triangulierung

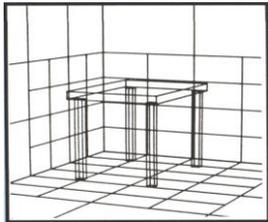
Wo sind in dem Bild Fehler ?



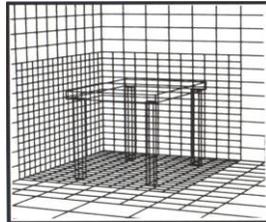
Die Größe und Form der "konstanten" Flächen beeinflusst die Qualität der Lösung.

An Schattengrenzen und in Bereichen mit grossen Radiositygradienten sollten die Teilflächen klein sein.

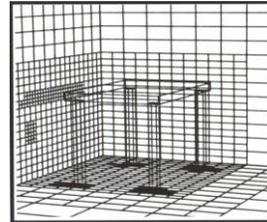
Adaptive Unterteilung der Flächen



(145 patches)



(1021 subpatches)

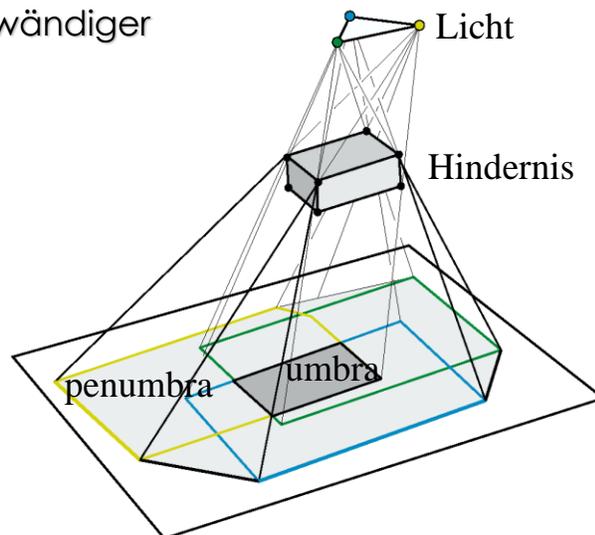


(1306 subpatches)

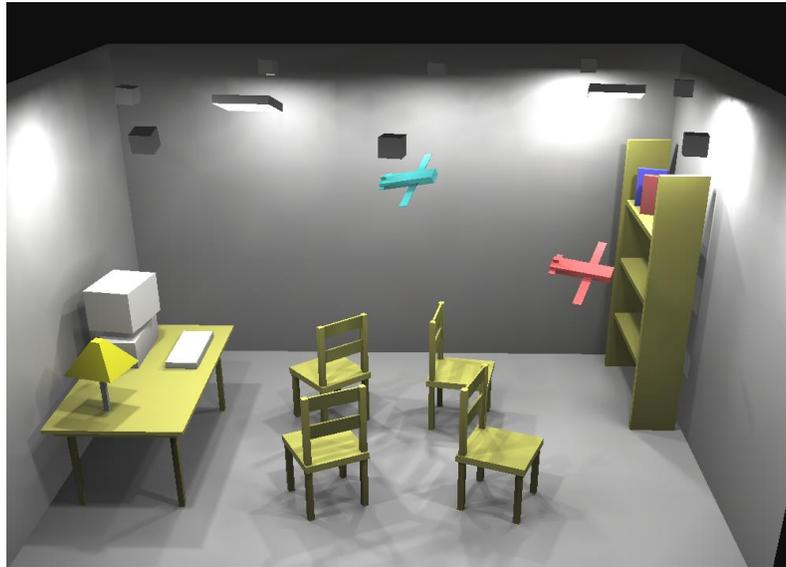
'Discontinuity Meshing'

An den Grenzen zwischen Umbra und Penumbra

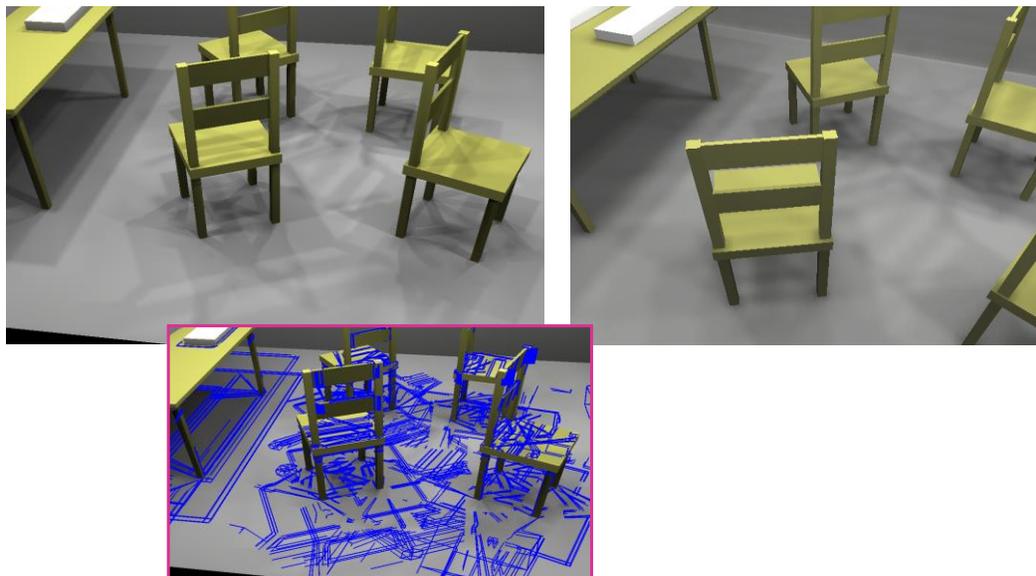
- Führt zu sehr aufwändiger Triangulierung



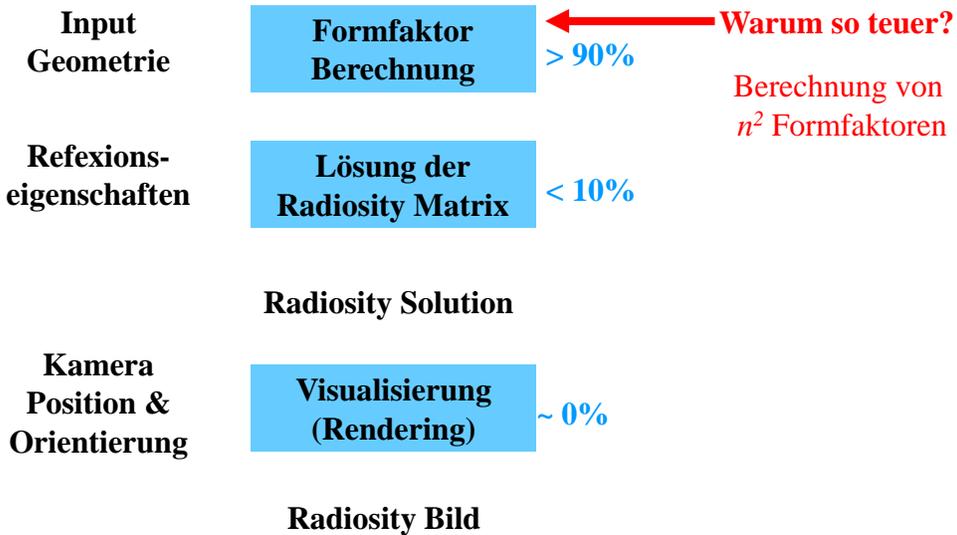
Discontinuity Meshing



Discontinuity Meshing



Schritte der Radiosity Berechnung

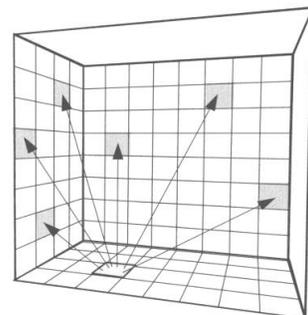
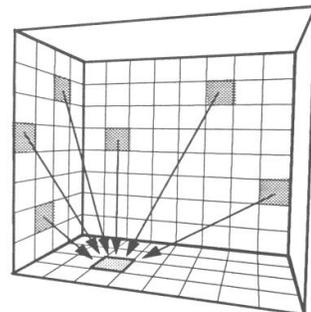


Progressive Näherungslösung

Ziel: Während der Berechnung das Ergebnis frühzeitig darstellen.

Idee: Das gesamte Bild bei jedem Iterationsschritt aktualisieren, nicht nur eine einzelne Fläche.

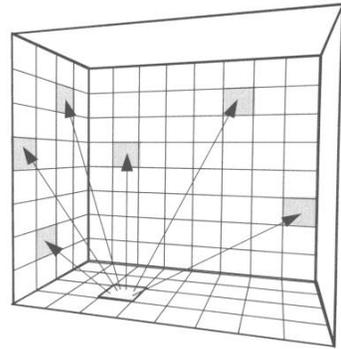
Wie? Anstatt die Strahlung (radiance) aufzusummieren die auf eine Fläche einfällt, verteile die Strahlung einer Fläche auf alle anderen (am besten die dominanten Flächen zuerst).



Umorganisation der Lösungsberechnung

Shooting: es werden nur die Flächen mit grosser Abstrahlung berücksichtigt:

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots & \rho_1 F_{1i} & \dots \\ \dots & \rho_2 F_{2i} & \dots \\ \dots & \rho_n F_{ni} & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_i \\ \vdots \\ B_i \end{bmatrix}^{(k)}$$



In etwa eine Southwell Relaxation.

Progressive Näherung (Progressive Refinement)

