

## Übung 12

1. Bestimme mittels Substitution eine Stammfunktion von

a)  $\frac{2x}{(x^2+1)^2}$

b)  $(x+7)^5$

c)  $f(x) = \frac{x+5}{(1-x^2)}$  (**Tipp:** Gehe wie in Aufgabe 4 auf Übungsblatt 5 vor, um die Funktion in eine einfacher integrierbare Form zu bringen.)

2. Berechne  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx$  (**Tipp:** Substitution  $t = \sin x$ ).

3. Berechne das bestimmte Integral  $\int_{-1}^1 \frac{3x}{x^2+1} \, dx$ .

4. Die Punkte einer Ellipse sind gegeben durch

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

a) Finde eine Funktion deren Graph die Punkte der Ellipse im 1. Quadranten sind.

b) Finde die Fläche zwischen Graph und x-Achse, indem du das Integral von  $x = 0$  bis  $x = s$  berechnest, wobei  $s$  die Nullstelle der Funktion ist. Verwende dabei die Substitution  $x = a \sin t$ .

c) Berechne die Fläche der Ellipse.

5. Berechne die folgenden Integrale. Entscheide zwischen Substitution und partieller Integration:

a)  $\int_{3/5}^a e^{5x-3} \, dx$

b)  $\int x^2 \log x \, dx$

c)  $\int_1^2 x^2(1 - \log(x)) \, dx$

d)  $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) \, dx$

e)  $\int \frac{e^x}{1-e^x} \, dx$

f)  $\int 2x^3 \sin(x^2) \, dx$  (**Tipp:**  $2x^3 = 2x \cdot x^2$ )