Übung 2

1. Finde eine explizite Formel für die Folgen: (a) $\{5, 8, 11, \cdots\}$, (b) $\{1, 3, 9, 27, \cdots\}$, (c) $\{1, 8, 27, 64, \cdots\}$, (d) $\{\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \cdots\}$ und (e) $\{1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \cdots\}$.

2. Schreibe die ersten paar Glieder von den folgenden Folgen auf: (a) $(1 + 4n)_{n\in\mathbb{N}}$, (b) $(3 \cdot 2^n)_{n\in\mathbb{N}}$, (c) $(n^{1+(-1)^n})_{n\in\mathbb{N}}$ und (d) $((-1)^{\frac{n(n+1)}{2}})_{n\in\mathbb{N}}$.

3. Eine arithmetische Folge ist durch $a_1 = 2$ und $d = 3$ gegeben.
   Berechne a_5, a_{10}, a_{20}.

4. Eine geometrische Folge ist gegeben durch $a_1 = 16$ und $q = -\frac{1}{2}$.
   Berechne a_3, a_5 und a_8.

5. Von einer arithmetischen Folge wissen wir, dass $a_7 = 13$ und $a_9 = 7$.
   Bestimme die Vorschrift für diese Folge.

6. Von einer geometrischen Folge wissen wir, dass $a_4 = 4$ und $a_6 = 36$.
   Bestimme die Vorschriften für diese Folge.

7. Bestimme den Limes der Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$, sowie den Limes von $a_n + c_n$ und $a_n \cdot c_n$ für $n \to \infty$.

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)}$$
$$b_n = \frac{(-1)^n}{n}$$
$$c_n = \frac{4n^2 - n}{2n + 8}$$

8. Betrachte die Folge: $1, 2, 4, 7, 11, 16, \ldots$.

   (a) Finde eine rekursive Vorschrift für diese Folge. Das heisst: Drücke a_{n+1} mit Hilfe von a_n aus und gebe a_1 an.

   (b) Finde eine explizite Vorschrift für diese Folge. Das heisst: Drücke a_n mit Hilfe von n aus. Die Vorschrift hat die Form $a_n = a \cdot n^2 + b \cdot n + c$.

   (Diese Aufgabe wird fortgesetzt.)