Übung 3

1. Finde eine explizite Vorschrift für eine allgemeine arithmetische Folge. Das heisst: Für a_1 und d sind keine konkreten Zahlen vorgegeben, sondern sie sind sogenannte *Parameter*.
2. Finde eine explizite Vorschrift für eine allgemeine geometrische Folge mit a_1 und q.
3. (Fortsetzung der letzten Aufgabe des zweiten Übungsblattes)
   (c) Beweise die zuvor gefundene Formel mit vollständiger Induktion.
4. Zeige die folgenden zwei Formeln mit vollständiger Induktion.
   (a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$
   (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
5. Finde eine Formel für $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)$ und beweise sie. Tipp: Rechne die ersten paar Glieder der Summenfolge aus.
6. Versuche die oben gefundene Formel geometrisch zu veranschaulichen, indem du ein Quadrat mit Seitenlänge n geschickt unterteilst.
7. Im Skript ist eine Formel für die n-te Partialsumme einer arithmetischen Folge gegeben. Beweise diese Formel.
8. Im Skript ist ebenfalls eine Formel für die n-te Partialsumme einer geometrischen Folge gegeben. Beweise auch diese Formel.
9. Nehme an, dass $|q| < 1$ und dass a_n eine geometrische Folge ist. Beweise damit die folgende Formel:
   $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-q}.$$
   Was passiert, falls $|q| \geq 1$ ist?
10. Überlege dir, was mit $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ geschieht.