

## Übung 5

- Bestimme Nullstellen, Polstellen, Unbestimmtheitsstellen und allfällige Asymptoten für  $x \rightarrow \infty$  für (a)  $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ , (b)  $f(x) = \frac{12x-x^2-6}{x^2+3}$ , (c)  $f(x) = \frac{x^3-8}{4x}$ , (d)  $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x^2+x-2}$ . Skizziere die Graphen der Funktionen und die Asymptoten.
- Bestimme Nullstellen, Polstellen, Unbestimmtheitsstellen und Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$ :  $x \mapsto \frac{x^3-4x}{x^2+1}$ . Skizziere die Graphen der Funktionen und die Graphen der Asymptoten.
- Löse die folgenden Gleichungen: (a)  $\frac{x-2}{2x+2} + \frac{x}{x+1} = \frac{x^2-x-1}{x+1}$ , (b)  $\frac{x-3}{x^2-1} + \frac{x^2}{x+1} = \frac{x^2}{x-1}$ , (c)  $\frac{x^2+x+1}{x-2} + 2 = \frac{-5}{x-2}$ , (d)  $x + \frac{4}{x-4} = \frac{x^2+4x}{x^2-16}$ .
- Bestimme Polynome  $A$  und  $B$ , so dass  $\frac{3}{x^2+3x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+3}$ .
- $f(x) = \frac{x^3-5x+a}{4x^3}$  hat bei  $x = 3$  eine Nullstelle. Bestimme  $a$  und zeige, dass  $f$  keine weitere Nullstelle hat.
- $f(x) = \frac{6x^n-px+1}{ax-b}$  soll eine Funktion mit einer Polstelle bei  $x = 4$  und zusätzlich soll die Asymptote  $3x^2 + 12x$  sein. Bestimme die Funktion (d.h. bestimme  $n$ ,  $p$ ,  $a$  und  $b$ ).
- Teile  $x^5 + 2x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x - 1$  durch  $x^2 - 1$ .