



Universität
Basel

Departement
Mathematik und Informatik



Masterstudium Mathematik

im HS 2026 / FS 2027

Einleitung Prof. Dr. Jiří Černý

Studienaufbau und -struktur

Bestehen des Masterstudiums, KP	Module
Insgesamt 48 KP , davon - 32 KP aus zwei Vertiefungsmodulen sowie - 16 KP aus weiteren Vertiefungsmodulen oder aus Lehrveranstaltungen der Aufbau- oder Masterstudien der Studiengänge Mathematik, Physik oder Informatik	Diverse Vertiefungsmodule
10 KP aus zwei Masterprüfungen	Masterprüfungen
20 KP	Masterarbeit
12 KP	Wahlbereich
90 KP	Masterstudiengang



Universität
Basel

Departement
Mathematik und Informatik



Vertiefungsmodule

- Algebra - Geometrie - Zahlentheorie
- Analysis
- Numerik





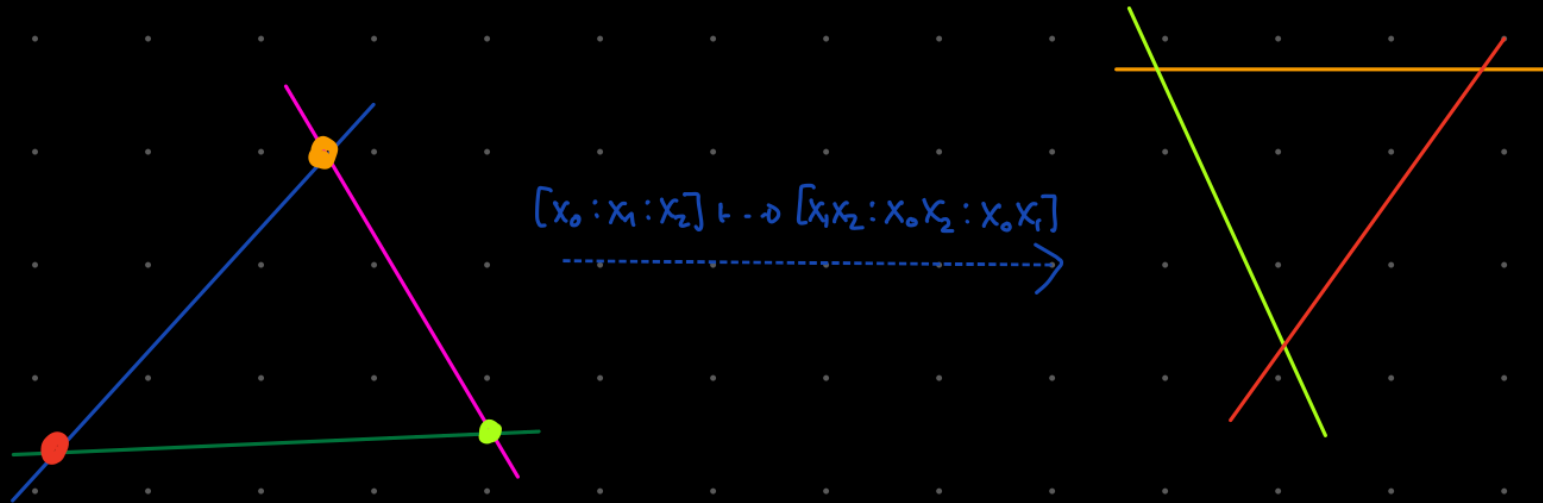
Universität
Basel

Departement
Mathematik und Informatik

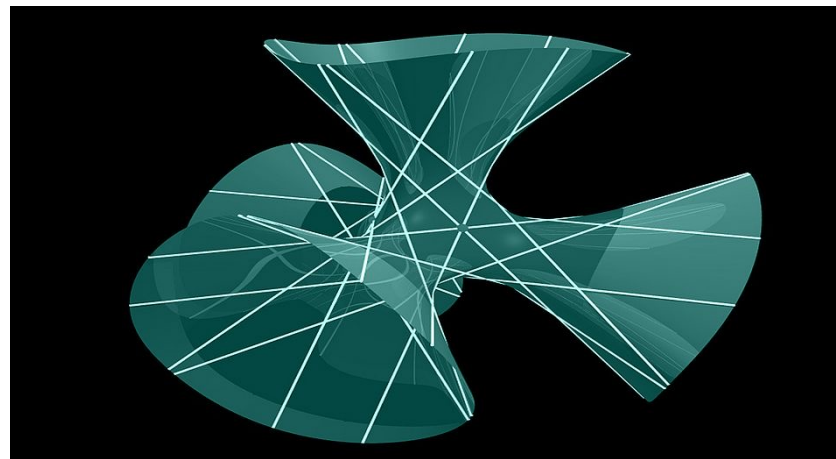
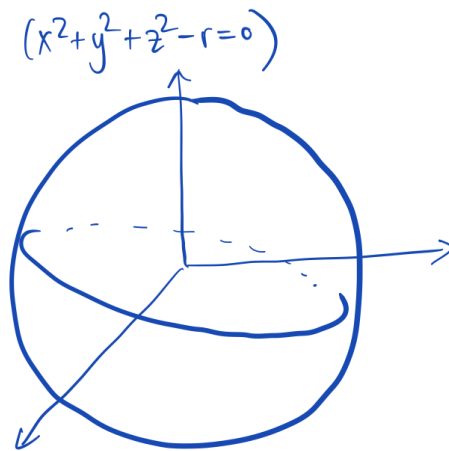
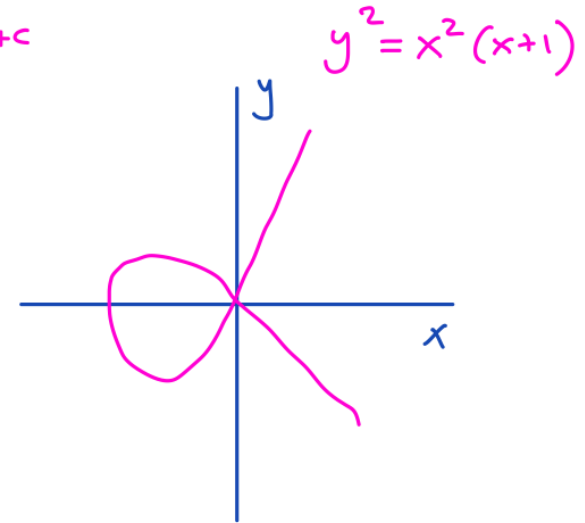
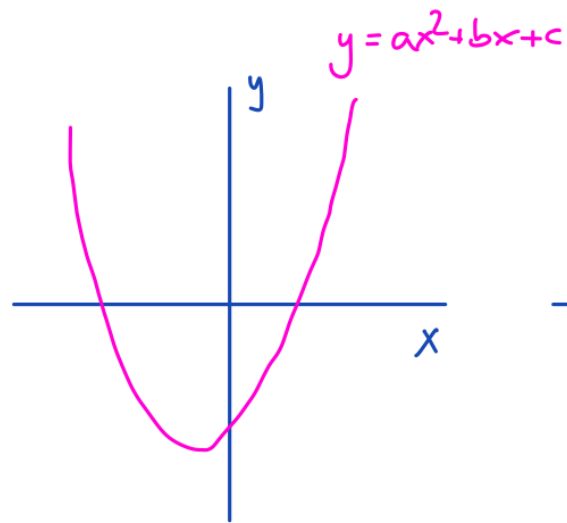
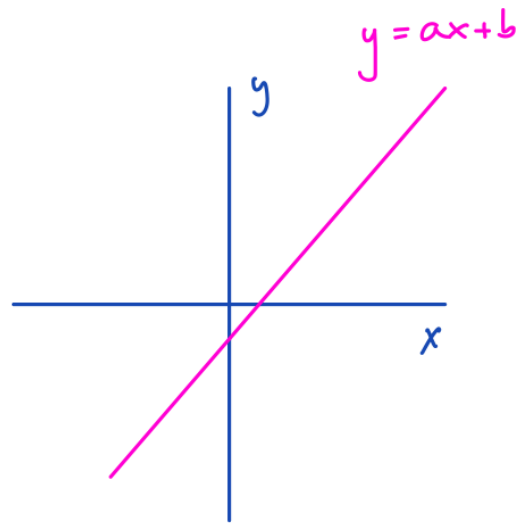


Einführung in die birationale Geometrie

Prof. Dr. Susanna Zimmermann



Was ist birationale Geometrie?



Was ist birationale Geometrie?

* \mathbb{C}^n (affiner Raum)

$$(f_1 = \dots = f_m = 0) = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{C}^n \mid f_1(x_1, \dots, x_n) = \dots = f_m(x_1, \dots, x_n) = 0\}$$

wo $f_1, \dots, f_m \in \mathbb{C}[x_1, \dots, x_n]$

* \mathbb{P}^n (projektiver Raum)

$$(g_1 = \dots = g_m = 0) = \{[x_0 : \dots : x_n] \in \mathbb{P}^n \mid g_1(x_0, \dots, x_n) = \dots = g_m(x_0, \dots, x_n) = 0\}$$

wo $g_1, \dots, g_m \in \mathbb{C}[x_0, \dots, x_n]$ homogen

Was ist birationale Geometrie?

Rationale Abbildungen

$$\varphi: \mathbb{C}^n \dashrightarrow \mathbb{C}^n, \quad \underline{x} \mapsto \left(\frac{f_1(\underline{x})}{g_1(\underline{x})}, \dots, \frac{f_n(\underline{x})}{g_n(\underline{x})} \right)$$

$$f_1 \rightarrow f_n, g_1 \rightarrow g_n \in \mathbb{C}[x_1, \dots, x_n], g_1 \dots, g_n \neq 0$$

Was ist birationale Geometrie?

Rationale Abbildungen

$$\varphi: \mathbb{C}^n \dashrightarrow \mathbb{C}^n, \quad \underline{x} \mapsto \left(\frac{f_1(\underline{x})}{g_1(\underline{x})}, \dots, \frac{f_n(\underline{x})}{g_n(\underline{x})} \right)$$

$$f_1 \rightarrow f_n, g_1 \rightarrow g_n \in \mathbb{C}[x_1, \dots, x_n], \quad g_1 \dots, g_n \neq 0$$

↪ wohldefiniert auf $\underbrace{\mathbb{C}^n \setminus V(g_1, \dots, g_n)}_{\text{offen, dicht in } \mathbb{C}^n}$

Was ist birationale Geometrie?

Rationale Abbildungen

$$\varphi: \mathbb{C}^n \dashrightarrow \mathbb{C}^n, \quad \underline{x} \mapsto \left(\frac{f_1(\underline{x})}{g_1(\underline{x})}, \dots, \frac{f_n(\underline{x})}{g_n(\underline{x})} \right)$$

$$f_1 \rightarrow f_n, g_1 \rightarrow g_n \in \mathbb{C}[x_1, \dots, x_n], \quad g_1 \dots, g_n \neq 0$$

↪ wohldefiniert auf $\underbrace{\mathbb{C}^n \setminus V(g_1, \dots, g_n)}_{\text{offen, dicht in } \mathbb{C}^n}$

Birationale Abbildung: $\exists \Psi: \mathbb{C}^n \dashrightarrow \mathbb{C}^n$ rational sd
 $\Psi \circ \varphi = \text{id}, \quad \varphi \circ \Psi = \text{id}$

Was ist birationale Geometrie?

Rationale Abbildungen

$$\varphi: \mathbb{C}^n \dashrightarrow \mathbb{C}^n, \quad \underline{x} \mapsto \left(\frac{f_1(\underline{x})}{g_1(\underline{x})}, \dots, \frac{f_n(\underline{x})}{g_n(\underline{x})} \right)$$

$$f_1 \rightarrow f_n, g_1 \rightarrow g_n \in \mathbb{C}[x_1, \dots, x_n], \quad g_1 \dots, g_n \neq 0$$

↪ wohldefiniert auf $\underbrace{\mathbb{C}^n \setminus V(g_1, \dots, g_n)}_{\text{offen, dicht in } \mathbb{C}^n}$

Birationale Abbildung: $\exists \Psi: \mathbb{C}^n \dashrightarrow \mathbb{C}^n$ rational sd
 $\Psi \circ \varphi = \text{id}, \quad \varphi \circ \Psi = \text{id}$

ZB: • $\varphi = \Psi: (x, y) \mapsto \left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y} \right)$

Was ist birationale Geometrie?

Rationale Abbildungen

$$\varphi: \mathbb{C}^n \dashrightarrow \mathbb{C}^n, \quad \underline{x} \mapsto \left(\frac{f_1(\underline{x})}{g_1(\underline{x})}, \dots, \frac{f_n(\underline{x})}{g_n(\underline{x})} \right)$$

$$f_1 \rightarrow f_n, g_1 \rightarrow g_n \in \mathbb{C}[x_1, \dots, x_n], \quad g_1 \dots, g_n \neq 0$$

↪ wohldefiniert auf $\underbrace{\mathbb{C}^n \setminus V(g_1, \dots, g_n)}_{\text{offen, dicht in } \mathbb{C}^n}$

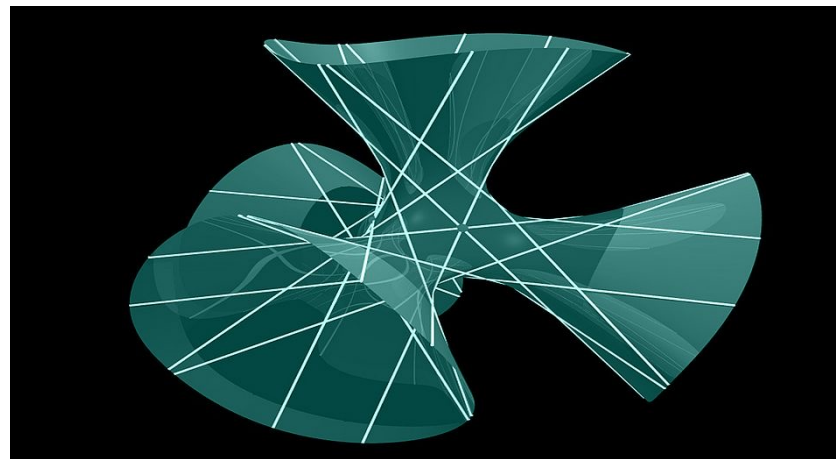
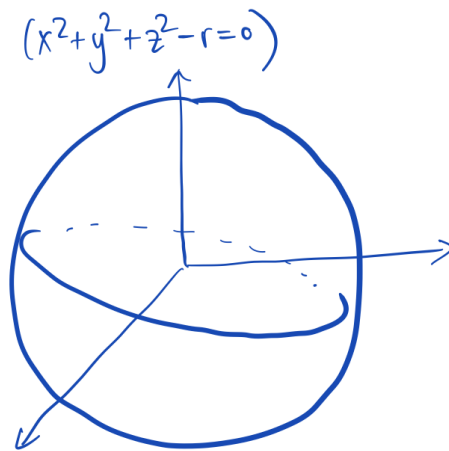
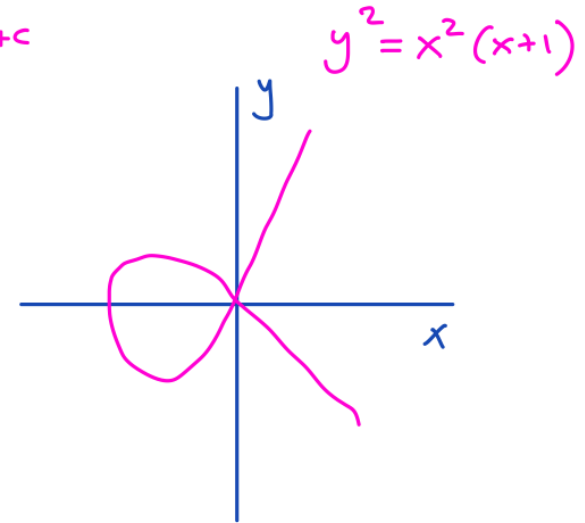
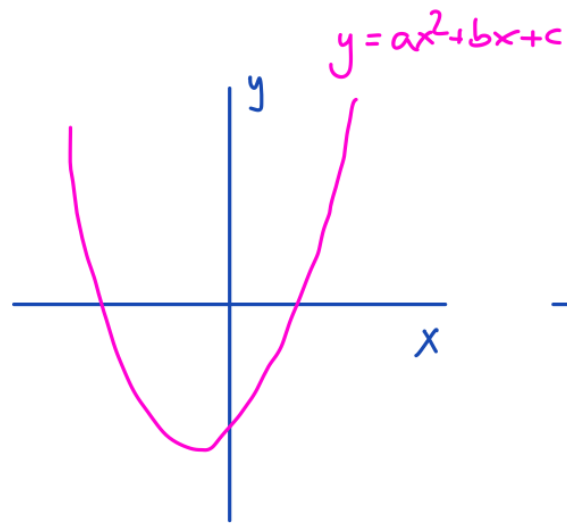
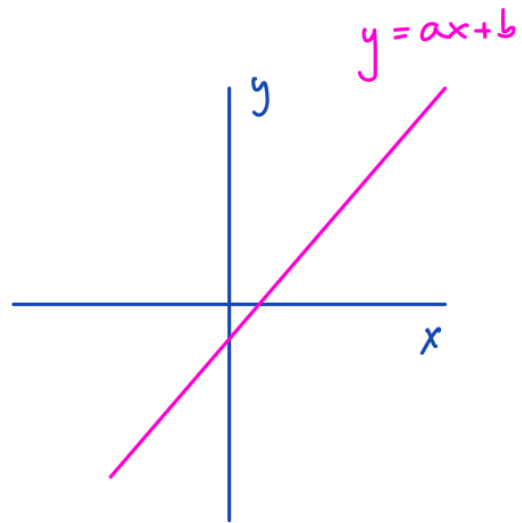
Birationale Abbildung: $\exists \Psi: \mathbb{C}^n \dashrightarrow \mathbb{C}^n$ rational sd
 $\Psi \circ \varphi = \text{id}, \quad \varphi \circ \Psi = \text{id}$

ZB: • $\varphi = \Psi: (x, y) \mapsto \left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y} \right)$

• $\varphi: (x, y) \rightarrow (x, xy)$

$\varphi^{-1}: (x, y) \mapsto \left(x, \frac{y}{x} \right)$

Was ist birationale Geometrie?



Inhalt

Affine und projektive Varietäten
Rationale Abbildungen und Morphismen
Dimension und Tangentialraum
Blow-ups
Satz von Bézout
Divisoren
Minimal Model Program für glatte Flächen
Satz von Noether-Castelnuovo

Mastermodul Analysis HS 2026/FS 2027

Enno Lenzmann

Department of Mathematics and Computer Science
University of Basel, Switzerland

Masterinfoabend 2026



The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. The main calculation is the integration of $e^x \cos 3x$ using integration by parts. The student sets $u = \cos 3x$ and $dv = e^x dx$. They then calculate $du = -3 \sin 3x dx$ and $v = e^x$. The final result shown is $e^x \cos 3x + 3e^x \sin 3x - 9 \int e^x \cos 3x dx$. There are other scribbles and partial equations visible, such as $\int e^x \cos 3x dx = (*)$ and $\int_k = \frac{2x}{k}$.

Vorschau:

- ▶ **HS 2026:** Analysis partieller Differentialgleichungen I
Lineare Gleichungen (elliptisch, parabolisch, hyperbolisch)
- ▶ **FS 2027:** Analysis partieller Differentialgleichungen II
Nichtlineare Gleichungen und Anwendungen

- ▶ Theorie der “**grossen Drei**” linearen Differentialgleichungen:

$$\Delta u = 0 \text{ (Laplace), } \quad \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = 0 \text{ (Heat), } \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u = 0 \text{ (Wave)}$$

- ▶ Theorie der “**grossen Drei**” linearen Differentialgleichungen:

$$\Delta u = 0 \text{ (Laplace), } \quad \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = 0 \text{ (Heat), } \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u = 0 \text{ (Wave)}$$

- ▶ Maximumsprinzipien.
- ▶ Verallgemeinerter (schwacher) Lösungsbegriff
- ▶ Sobolev-Räume, Distributionen und Regularität.

- ▶ Theorie der “**grossen Drei**” linearen Differentialgleichungen:

$$\Delta u = 0 \text{ (Laplace), } \quad \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u = 0 \text{ (Heat), } \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u = 0 \text{ (Wave)}$$

- ▶ Maximumsprinzipien.
- ▶ Verallgemeinerter (schwacher) Lösungsbegriff
- ▶ Sobolev-Räume, Distributionen und Regularität.
- ▶ Fourier-Analyse
- ▶ Evtl. Pseudo-Differentialoperatoren (Ψ DOs)

FS 2027: Analysis partieller Differentialgleichungen II

- ▶ Einführung in die Theorie nichtlinearer Gleichungen
- ▶ Variationsrechnung, kritische Punkte und Mountain Pass Theorem
- ▶ Fixpunktsätze

FS 2027: Analysis partieller Differentialgleichungen II

- ▶ Einführung in die Theorie nichtlinearer Gleichungen
- ▶ Variationsrechnung, kritische Punkte und Mountain Pass Theorem
- ▶ Fixpunktsätze
- ▶ Wohlgestelltheit nichtlinearer Anfangswertprobleme

$$\partial_t u = Lu + \mathcal{N}(u), \quad u(0) = u_0.$$

- ▶ Halbgruppentheorie.

FS 2027: Analysis partieller Differentialgleichungen II


- ▶ Einführung in die Theorie nichtlinearer Gleichungen
- ▶ Variationsrechnung, kritische Punkte und Mountain Pass Theorem
- ▶ Fixpunktsätze
- ▶ Wohlgestelltheit nichtlinearer Anfangswertprobleme

$$\partial_t u = Lu + \mathcal{N}(u), \quad u(0) = u_0.$$

- ▶ Halbgruppentheorie.
- ▶ Eine Einführung in “completely integrable PDEs”.

Completely Integrable Systems

- ✓ Properties ...
- ✓ Infinite Number of Conservation Laws
- ✓ Lax Pair
- $L, A \mapsto A$
- ✓ Inverse Scattering Transform

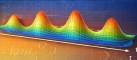


$H_2 - H_1$

ϕ, ψ

M_1, M_2

Soliton Solution Train



Commuting Action-Angle Variables

$\psi_{tt} = \psi_{xx} + V(x)\psi$

$L\psi = \lambda\psi$

Integrability Equations

$L, A \mapsto LA - AL = \lambda L$

Integrability Equations

$H = H_1(\lambda) + H_2(\lambda) - H_3(\lambda) - \frac{1}{\lambda^2} \dots$

where L is a spectral parameter.

$\alpha [L, \alpha = \alpha - \tau R(\lambda), = A, f(\lambda)]$

1	0	1	8	2	3	0	1
1	2	1	4	1	6	7	3

$S = (L \rightarrow L(\lambda)) (N \times \infty)$



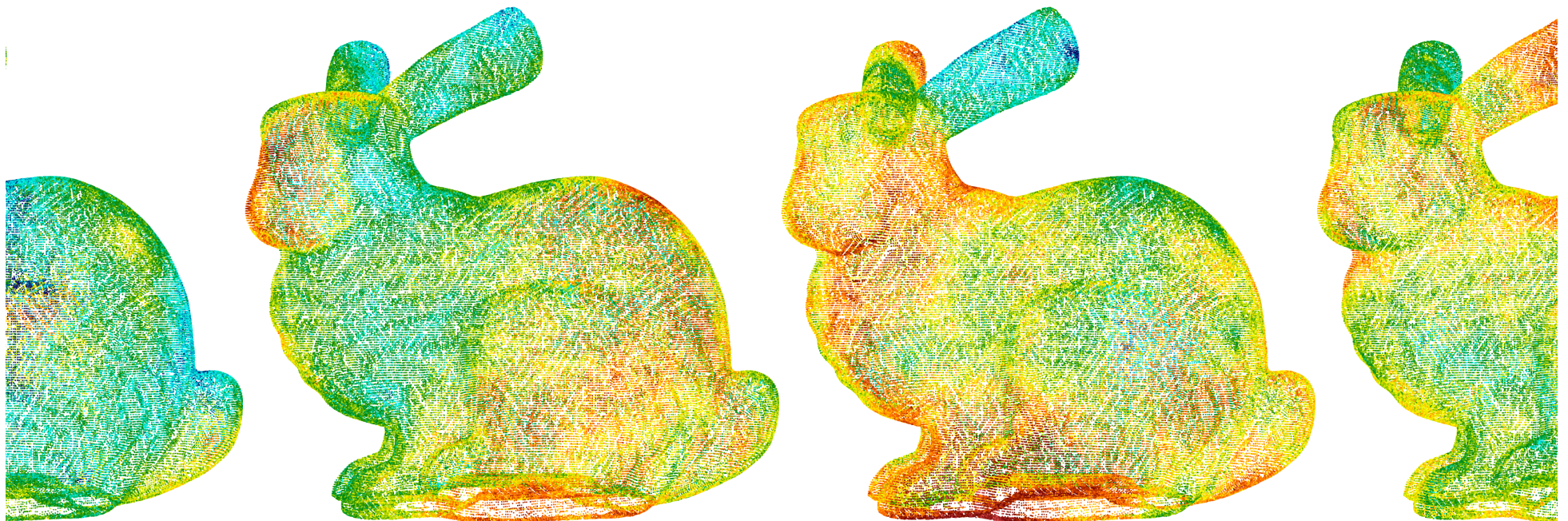
Universität
Basel

Departement
Mathematik und Informatik



Numerik der partiellen Differentialgleichungen (HS26) Kernmethoden (FS27)

Prof. Dr. Helmut Harbrecht



Numerik partieller Differentialgleichungen (HS 26)

- Die **Finite-Element-Methode** ist das Verfahren der Wahl zur numerischen Simulation von elliptischen und parabolischen Differentialgleichungen.
- Sie basiert auf einer **Variationsformulierung**.
- Wir **analysieren** und **implementieren** die Finite-Element-Methode.
- Wir beschäftigen uns mit der schnellen Lösung des resultierenden Gleichungssystems mittels **Mehrgitterverfahren**.
- **Residuale Fehlerschätzer** werden vorgestellt.
- Es besteht die Möglichkeit, zusätzlich zur Vorlesung ein **Programmierprojekt** zu machen (2 ETSC).

Kernmethoden (FS 27)

- Kernbasiertes Lernen beruht auf der Theorie der **Reproducing Kernel Hilbert Spaces** (RKHS).
- Kernmethoden sind Verfahren zur **hochdimensionalen Interpolation**.
- Sie sind mathematisch gut verstanden, insbesondere gibt es **systematische Fehlerabschätzungen**.
- Wir lernen die **mathematische Theorie** der RKHS.
- Speziell werden wir uns mit der **effizienten numerischen Lösung** der zugrundeliegenden Gleichungssysteme beschäftigen.
- Die Techniken dazu umfassen neben der **Niedrigrangapproximation** auch die **Wavelet-Matrix-Kompression**.
- Es besteht die Möglichkeit, zusätzlich zur Vorlesung ein **Programmierprojekt** zu machen (2 ETSC).