

## Lösung 17

- (a)  $3! = 6$  und  $5! = 3! \cdot 4 \cdot 5 = 120 \Rightarrow 3! \cdot 5! = 720$   
 (b)  $\frac{7!}{5!} = 6 \cdot 7 = 42$  und  $\frac{11!}{8!} = 9 \cdot 10 \cdot 11 = 990$
- 21 Filme und 3 Filme pro Session, d.h. es gibt 7 Sessions.

$$3^7 = 2187 \text{ (Bonus: } \frac{21!}{(3!)^7} = 182'509'367'040'000)$$

$$3. \quad 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 360$$

$$4. \quad 39 \cdot 37 = 1443$$

$$5. \quad (a) \quad 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^4 = 6561$$

$$(b) \quad 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024 \text{ verschiedene solche Zahlen.}$$

$$6. \quad 15! = 1'307'674'368'000$$

$$7. \quad \underbrace{2^1}_{\text{einstellige}} + \underbrace{2^2}_{\text{zweistellige}} + \underbrace{2^3}_{\text{dreistellige}} + \underbrace{2^4}_{\text{vierstellige}} = 2 + 4 + 8 + 16 = 30$$

$$8. \quad 2^{10} = 1024$$

$$9. \quad (24 + 1) \cdot (27 + 1) = 25 \cdot 28 = 700$$

$$10. \quad \frac{10!}{10} = 9! = 362880$$

$$11. \quad \textbf{Behauptung: } (2n)! > (n!)^2.$$

**Beweis:** Sind  $a$  und  $b$  zwei positive Zahlen, so ist  $a$  genau dann grösser als  $b$ , wenn  $\frac{a}{b}$  grösser als 1 ist. Wir setzen  $a = (2n)!$  und  $b = (n!)^2$  und erhalten:

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{(2n)!}{(n!)^2} = \frac{(2n) \cdot (2n-1) \cdot \dots \cdot (n+1) \cdot n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1}{\underbrace{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1}_{n!} \cdot \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1}_{n!}} \\ &= \underbrace{\frac{2n}{n}}_{>1} \cdot \underbrace{\frac{2n-1}{n-1}}_{>1} \cdot \dots \cdot \underbrace{\frac{n+1}{1}}_{>1} \cdot \underbrace{\frac{n}{n}}_{=1} \cdot \underbrace{\frac{n-1}{n-1}}_{=1} \cdot \dots \cdot \underbrace{\frac{1}{1}}_{=1} > 1 \end{aligned}$$

□

12. **Beweis:**

$$\begin{aligned} \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} + \frac{n!}{(k+1)! \cdot (n-k-1)!} &= \frac{n! \cdot (k+1)}{(k+1)! \cdot (n-k)!} + \frac{n! \cdot (n-k)}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \\ &= \frac{n! \cdot (k+1) + n! \cdot (n-k)}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \\ &= \frac{n! \cdot (k+1+n-k)}{(k+1)! \cdot (n-k)!} = \frac{(n+1)!}{(k+1)! \cdot (n-k)!} \end{aligned}$$

□