

Lösung 19

- 36 Karten (4 Farben und 9 Werte):
 (a) $P = \frac{1}{9}$, (b) $P = \frac{2}{9}$, (c) $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ und (d) $P = \frac{9-3}{9} = \frac{2}{3}$.
 2. (a) A wurde gezogen, d.h. 35 Karten mit 3 Asse sind noch übrig geblieben $\Rightarrow P = \frac{3}{35}$.
 (b) 4 Damen in 35 Karten $\Rightarrow P = \frac{4}{35}$
 (c) 8 mögliche Karten (4 Damen und 4 Könige) von 35 Karten $\Rightarrow P = \frac{8}{35}$ und
 (d) $27 = 35 - 8$ mögliche Karten von 35 Karten $\Rightarrow \frac{35-8}{35} = \frac{27}{35}$.
 3. (a) $\binom{45}{6} = 81'450'60$ Möglichkeiten $\Rightarrow P = \frac{1}{\binom{45}{6}} \approx 1.228 \cdot 10^{-7}$,
 (b) $P = \frac{\binom{6}{5} \binom{39}{1}}{\binom{45}{6}} \approx 2.873 \cdot 10^{-5}$ und
 (c) $P = \frac{\binom{6}{4} \binom{39}{2}}{\binom{45}{6}} \approx 0.0014$.
 4. Die Wahrscheinlichkeit für Kopf sei p ($0 < p < 1$).

$$\text{Wahrscheinlichkeit für Kopf-Zahl} = p \cdot (1 - p) = p - p^2$$

$$\text{Wahrscheinlichkeit für Zahl-Kopf} = (1 - p) \cdot p = p - p^2$$

Also sind diese beiden Wurf Folgen gleich wahrscheinlich und das Verfahren ist fair.

- (a) $P = \frac{1}{2}$, (b) $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, (c) $P = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ (K-Z oder Z-K), (d) $P = 1 - P[\text{Z-Z}] = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (K-Z, Z-K, K-K), (e) $P = \left(\frac{1}{2}\right)^n$, (f) $P = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \binom{n}{k}$ und (g) $P = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
 6. Die Wahrscheinlichkeit in vier Würfeln mindestens eine sechs zu werfen beträgt $P = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0.5177$ und die Wahrscheinlichkeit in 24 Würfeln mindestens eine Doppelsechs zu werfen beträgt jedoch nur $P = 0.4914 = 1 - 0.5086$.
 7. (a) $P_{10} = 1 - \underbrace{\frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \dots \cdot \frac{356}{365}}_{10 \text{ Terme}} \approx 11.7\%$.
 (b) Die Wahrscheinlichkeit ist monoton wachsend für grosses n .

$$P_{22} = 1 - \prod_{k=366-22}^{365} \frac{k}{365} \approx 47.57\% \quad \text{und} \quad P_{23} = 1 - \prod_{k=366-23}^{365} \frac{k}{365} \approx 50.73\% \Rightarrow n = 23.$$

- Wir überlegen, wo das Zentrum des Balls durch fliegen darf. Die Fläche einer Masche ist $8\text{cm} \times 8\text{cm} = 64\text{cm}^2$. Durch kommt der Ball aber nur, wenn sein Zentrum mehr als 2.5cm Abstand vom Draht hat i.e. durch das $2\text{cm} \times 2\text{cm}$ -Quadrat in der Mitte einer Masche fliegt. Dies verhält sich auf dem ganzen Zaun so. Darum ist die

$$\text{Wahrscheinlichkeit} = \text{Günstige Fläche} : \text{Mögliche Fläche} = \frac{9}{64}.$$