

Übung 12

- Bestimme mittels Substitution eine Stammfunktion von
 - $\frac{2x}{(x^2+1)^2}$
 - $(x+7)^5$
 - $f(x) = \frac{x+5}{(1-x^2)}$ (**Tipp:** Gehe wie in Aufgabe 4 auf Übungsblatt 5 vor, um die Funktion in eine einfacher integrierbare Form zu bringen.)
- Berechne $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx$ (**Tipp:** Substitution $t = \sin x$).
- Berechne das bestimmte Integral $\int_{-1}^1 \frac{3x}{x^2+1} \, dx$.
- Die Punkte einer Ellipse sind gegeben durch

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

- Finde eine Funktion deren Graph die Punkte der Ellipse im 1. Quadranten sind.
 - Finde die Fläche zwischen Graph und x-Achse, indem du das Integral von $x = 0$ bis $x = s$ berechnest, wobei s die Nullstelle der Funktion ist. Verwende dabei die Substitution $x = a \sin t$.
 - Berechne die Fläche der Ellipse.
- Berechne die folgenden Integrale. Entscheide zwischen Substitution und partieller Integration:
 - $\int_{3/5}^a e^{5x-3} \, dx$
 - $\int x^2 \log x \, dx$
 - $\int_1^2 x^2(1 - \log(x)) \, dx$
 - $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) \, dx$
 - $\int \frac{e^x}{1-e^x} \, dx$
 - $\int 2x^3 \sin(x^2) \, dx$ (**Tipp:** $2x^3 = 2x \cdot x^2$)