

Übung 18

1. Berechne von Hand
 - a) $\binom{5}{0}$, $\binom{5}{1}$, $\binom{5}{2}$, $\binom{5}{3}$, $\binom{5}{4}$ und $\binom{5}{5}$. Was fällt auf?
 - b) $\binom{100}{99}$, $\binom{2000}{2}$ und $\binom{10^6}{10^6}$
2. Eine Firma bekommt für drei Lehrstellen 100 Bewerbungen. Auf wieviele Arten kann sie drei Lehrlinge auswählen?
3. An einer Feier sind 10 Personen anwesend. Jeder stösst mit jedem an. Wie oft klingen die Gläser?
4. Bei der Fussballeuropameisterschaft hat jedes Team insgesamt 22 Spieler dabei. Elf davon kommen in die Startaufstellung. Wie viele verschiedene Startaufstellungen gibt es in einem Spiel zweier Mannschaften?
5. Zu Beginn gibt jeder der elf Startspieler jedem der Gegner die Hand. Zu wievielen Händeschütteln kommt es dann?
6. Wieviele Schnittpunkte haben 12 Geraden, falls keine zwei zueinander parallel sind?
7. Wieviele verschiedene Ergebnisse gibt es, wenn man mit drei identischen Würfeln würfelt?
8. Auf einem Blatt hat es 18 im Kreis angeordnete Punkte. Diese sollen die Eckpunkte von Dreiecken sein. Wieviele solche Dreiecke gibt es?
9. Ein Jassblatt besteht aus 9 von 36 Spielkarten. Wieviele solche Blätter sind möglich?
10. Ein Stall hat 10 Boxen. Auf wieviele Arten kann man 8 (nicht zu unterscheidende) Tiere in diesen Boxen unterbringen, falls
 - (a) jeweils nur ein Tier in einer Box sein darf?
 - (b) beliebig viele Tiere in einer Box sein können?
11. Begründe folgende Formel kombinatorisch

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

12. Beweise mittels obiger Formel (einfach, Tipp: Suche geschickt a und b) oder mittels vollständigen Induktion (schwierig)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$