

Übung 5

- Bestimme Nullstellen, Polstellen, Unbestimmtheitsstellen und allfällige Asymptoten für $x \rightarrow \infty$ für (a) $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$, (b) $f(x) = \frac{12x-x^2-6}{x^2+3}$, (c) $f(x) = \frac{x^3-8}{4x}$, (d) $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x^2+x-2}$. Skizziere die Graphen der Funktionen und die Asymptoten.
- Bestimme Nullstellen, Polstellen, Unbestimmtheitsstellen und Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$: $x \mapsto \frac{x^3-4x}{x^2+1}$. Skizziere die Graphen der Funktionen und die Graphen der Asymptoten.
- Löse die folgenden Gleichungen: (a) $\frac{x-2}{2x+2} + \frac{x}{x+1} = \frac{x^2-x-1}{x+1}$, (b) $\frac{x-3}{x^2-1} + \frac{x^2}{x+1} = \frac{x^2}{x-1}$, (c) $\frac{x^2+x+1}{x-2} + 2 = \frac{-5}{x-2}$, (d) $x + \frac{4}{x-4} = \frac{x^2+4x}{x^2-16}$.
- Bestimme Polynome A und B , so dass $\frac{3}{x^2+3x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+3}$.
- $f(x) = \frac{x^3-5x+a}{4x^3}$ hat bei $x = 3$ eine Nullstelle. Bestimme a und zeige, dass f keine weitere Nullstelle hat.
- $f(x) = \frac{6x^n-px+1}{ax-b}$ soll eine Funktion mit einer Polstelle bei $x = 4$ und zusätzlich soll die Asymptote $3x^2 + 12x$ sein. Bestimme die Funktion (d.h. bestimme n, p, a und b).
- Teile $x^5 + 2x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x - 1$ durch $x^2 - 1$.