

Übung 8

1. Finde die Ableitung von $2x^2 - 4$. Verwende dazu den Differenzenquotienten.
2. Berechne die Ableitung mit dem Differenzenquotienten von:
 - a) $f(x) = c$ mit $c \in \mathbb{R}$ (konstante Funktion),
 - b) $f(x) = mx + b$ (Lineare Funktion)
 - c) $f(x) = ax^2 + bx + c$ (Quadratische Funktion)
3. Zeige mit Hilfe des Differenzenquotienten, dass
 - a) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Tipp: Erweitere den Differenzenquotienten mit $\frac{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$.
 - b) $(\frac{1}{\sqrt{x}})' = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$.
4. Beweise folgende Ableitungsregeln mit Hilfe der Definition der Ableitung:
 - a) $(f + g)' = f' + g'$
 - b) $(c \cdot f)' = c \cdot f'$, $c \in \mathbb{R}$
5. Differenziere $\frac{x+1}{x-1}$ mit Hilfe des Differenzenquotienten.

Zusätzliche Übungsaufgaben:

6. Wo sind die folgenden Funktionen differenzierbar? Berechne dort die Ableitung:
 - a) $f(x) = x^3 - 2x + 1$
 - b) $f(x) = \sqrt{x}$
 - c) $f(x) = x\sqrt{x}$
 - d) $f(x) = |x|$
- Bemerkung:** $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ für $x \geq 0$ und $|x| = \sqrt{x^2}$
7. Bestimme die erste und die zweite Ableitung von
 - a) $f(x) = \frac{2x^3+3x^2-3}{x}$ und
 - b) $g(t) = t \sin(4\pi) + \cos(4t)$.
 8. Differenziere folgende Funktionen einmal
 - a) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ und
 - b) $f(x) = \log(\log x)$
 9. **Zeige:** $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ (**Tipp:** Quotientenregel)