Übung 16

1. Gegeben ist die Ebene

$$E : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Ermittle die Koordinatendarstellung von E .
(b) Löse (b) und (c) mittels Koordinatendarstellung.
2. $(1, 2, 3)$, $(1, 4, 5)$, $(-1, 3, 0)$ und $(3, 0, 5)$ seien die Ecken eines Vierecks. Ist das Viereck eben?
3. Stelle die Koordinatengleichung der Ebene auf, die durch $(1, -2, 2)$ geht und zur Ebene E parallel ist.

$$E : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

4. In welchen Punkten durchstossen die Koordinatenachsen die Ebene, welche durch die Gleichung $2x + 3y - z + 12 = 0$ gegeben ist?
5. Stelle eine Parametergleichung der Schnittgeraden der beiden Ebenen mit den Gleichungen $x + y - z - 3 = 0$ und $2x - y + 3z = 0$ auf.
6. Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene, die durch $(2, 0, 5)$ geht und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ als Normalenvektor hat.
7. Bestimme die Ebene, die parallel zur Ebene $5x - 3y + z = 7$ ist und durch $(6, 7, -5)$ geht.
8. Bestimme die Ebene,
- (a) die durch $(6, 0, 1)$ und $(-1, -2, 2)$ geht und parallel zur z -Achse ist.
(b) die durch $(1, 2, 3)$ und $(0, 7, 0)$ geht und senkrecht auf der Ebene $y = 7$ steht.
(c) die senkrecht zur Ebene $3x - 2y + z = 10$ und die Gerade g

$$g : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

enthält.

9. Gib eine möglichst einfache Formel für den Schnittwinkel φ einer Geraden (mit Richtungsvektor $\vec{a}$) und einer Ebene (mit Normalenvektor) $\vec{n}$ an.
10. Berechne den Schnittwinkel von
- (a) $E_1 : 2x + 3y + 4z - 6 = 0$ und $E_2 : 3x - 2y - z + 4 = 0$.
(b) $E_1 : 3x + 4y + 5z = 0$ und der xy -Ebene.
11. Die Ebene $E : 2x - 5y + 14z - 1 = 0$ und die Punkte $P = (0, -9, 29)$ und $Q = (x_Q, 11, -27)$ sind gegeben. Bestimme x_Q so, dass P und Q auf verschiedenen Seiten von E liegen, aber gleich weit von der Ebene entfernt sind.
12. Gegeben sind die Punkte $A = (5, 0, 10)$, $B = (-4, 21, 4)$, $C = (2, 21, 10)$, $S = (-13, 12, 22)$. Von S aus wird das Lot auf die Ebene ABC gefällt. Berechne seinen Fusspunkt.