

Übung 3

1. Finde eine explizite Vorschrift für eine allgemeine arithmetische Folge. Das heisst: Für a_1 und d sind keine konkreten Zahlen vorgegeben, sondern sie sind sogenannte *Parameter*. Und Beweise diese Formel mit vollständiger Induktion.
2. Finde eine explizite Vorschrift für eine allgemeine geometrische Folge mit a_1 und q . Und Beweise diese Formel mit vollständiger Induktion.
3. (Fortsetzung der letzten Aufgabe des zweiten Übungsblattes)
(c) Beweise die zuvor gefundene Formel mit vollständiger Induktion.
4. Zeige die folgenden zwei Formeln mit vollständiger Induktion.

$$(a) \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(b) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

5. Finde eine Formel für $\sum_{k=1}^n (2k-1)$ und beweise sie. Tipp: Rechne die ersten paar Glieder der Summenfolge aus.
6. Versuche die oben gefundene Formel geometrisch zu veranschaulichen, indem du ein Quadrat mit Seitenlänge n geschickt unterteilst.
7. Im Skript ist eine Formel für die n -te Partialsumme einer arithmetischen Folge gegeben. Beweise diese Formel.
8. Im Skript ist ebenfalls eine Formel für die n -te Partialsumme einer geometrischen Folge gegeben. Beweise auch diese Formel.
9. Nehme an, dass $|q| < 1$ und dass a_n eine geometrische Folge ist. Beweise damit die folgende Formel:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-q}.$$

Was passiert, falls $|q| \geq 1$ ist?

10. Überlege dir, was mit $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ geschieht.