

Übung 9

1. Finde eine allgemeine Formel für die Ableitung eines Polynoms

$$x \mapsto \sum_{k=0}^n a_k x^k = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n.$$

2. Leite die folgende Funktionen ab:

a) $f(x) = (\sqrt{x} - q)(1 + \sqrt{x})$

c) $f(x) = x^x$

b) $f(x) = (1 - x^{-4})(x^{-1} + x^2)$

d) $f(x) = \log(ax + b)$

3. An welchen Kurvenpunkten schneiden die Tangenten an den Graphen von f die x -Achse in einem Winkel von $\pi/4$ (45°)?

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = x^3$

c) $f(x) = x|3 - x|$

d) $f(x) = e^x$

4. Zerlege eine reelle Zahl a so in zwei Summanden a_1 und a_2 , dass deren Produkt möglichst gross wird.
5. Schreibe einem gleichseitigen Dreieck ein möglichst grosses Rechteck ein. Dabei soll eine Seite des Rechtecks auf einer Seite des Dreiecks liegen. Wie gross ist das Flächenverhältnis von Dreieck zu Rechteck?
6. Eine Firma stellt Radiergummi her. Die Produktionsmaschinen können pro Tag maximal 10000 Stück herstellen. Die Produktionskosten $K(x)$ für x Mengeneinheiten zu 1000 Stück lassen sich mit folgender Formel berechnen:

$$K(x) = 2x^3 - 18x^2 + 60x + 32$$

Ein Paket zu 1000 Radiergummis wird an Papeterien für 50 Franken verkauft. Wie viele Radiergummi sollte die Firma pro Tag herstellen, um einen möglichst grossen Gewinn zu machen? Es kann davon ausgegangen werden, dass alle produzierten Gummis auch wirklich verkauft werden.

7. Diskutiere die Graphen (Nullstellen, Extrema, Bild):

a) $f(x) = x^2 - x - 2$

b) $f(x) = x^3 - x^2$

c) $f(x) = |x^3 + 9x^2 - 108|$

8. Diskutiere die Graphen (Definitionsbereich, Asymptote, Extrema, Bild, Pol- und Nullstellen):

a) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

b) $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{2x}$

c) $f(x) = \frac{4}{(2x+1)^2}$

9. Bestimme die Extrema:

a) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

c) $f(x) = (x - a)^4$

10. Eine Kugel, die im Ursprung nach oben abgeschossen wird, beschreibt eine Parabel, deren höchster Punkt $(1, 2)$ ist. Wie gross war der Schusswinkel mit der x -Achse?
11. Zerlege eine positive reelle Zahl a so in zwei positive Faktoren a_1 und a_2 , dass deren Summe möglichst klein wird.
12. Für welche Punkte auf der Kurve mit der Gleichung $y = x^{-1}$ ist der Abstand zum Nullpunkt minimal?