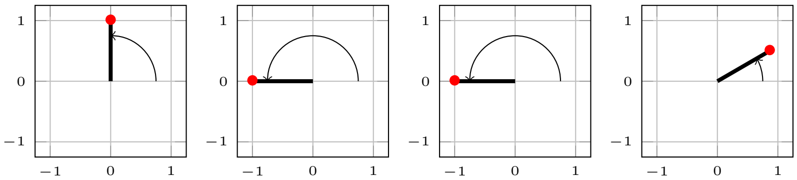
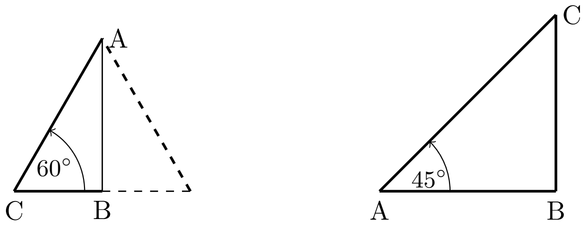
Lösung 6

1. (a) $\pi/2$, ergibt Punkt $(0, 1)$, (b) π, ergibt Punkt $(-1, 0)$, (c) -3π, ergibt Punkt $(-1, 0)$ und (d) $\pi/6$, ergibt Punkt $(\sqrt{3}/2, 1/2)$.

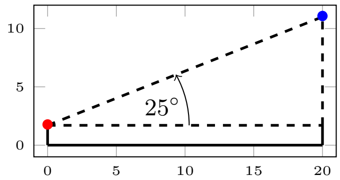


2. (a) $360°$, (b) $18°$, (c) $0°$ und (d) $540°$.

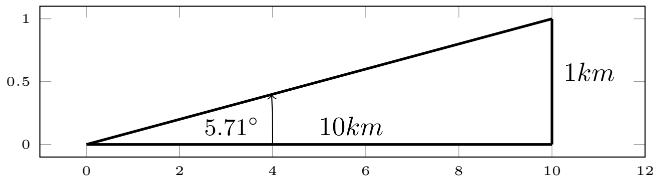
3. (a) $\alpha = 30° = \pi/6$, (b) $\alpha = 45° = \pi/4$.



4. Der Baum ist $1.7m + \tan(25°)20m \simeq 11m$ hoch.



5. Der Kilometerzähler gibt $\sqrt{(10000m)^2 + (1000m)^2} = 10.05km$ an.



6. Zeichne in ein Koordinatensystem den Einheitskreis um den Nullpunkt. Wir zeichnen nun ein Dreieick, dessen eine Ecke im Nullpunkt liegt und dessen andere zwei Ecken, rechts vom Nullpunkt auf dem Kreis liegen und die Koordinaten $(x, \pm 1/2)$ haben. Dies ist ein gleichseitiges Dreieck. (Warum?). Ein Dreieckswinkel ist also $60° = \pi/3$ gross. Wegen der Symmetrie zur x-Achse bildet die Dreiecksseite mit der Koordinaten $(x, 1/2)$ zusammen mit der x-Achse eine Winkel von $\pi/6$. Der Abschnitt der x-Achse, welcher im Dreieck liegt, hat also die Länge $\cos(\pi/6)$. (Warum?) Wir können den Satz des Pythagoras auf das obere Teildreieck anwenden und erhalten damit die Gleichung: $1^2 = (\cos(\pi/6))^2 + (1/2)^2$. Daraus folgt $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$.

7. Wir quadrieren die Gleichung (und erhalten evt. zusätzliche Lösungen!) und lösen: $\sin^2(x) = \cos^2(x)$. Ersetze $\sin^2(x)$ durch $1 - \cos^2(x)$. Also brauchen wir die Gleichung $2\cos^2(x) = 1$ zu lösen. Wir finden: $\cos(x) = \pm\sqrt{1/2}$, also $x = \pi/4 + k\pi/2$, $k \in \mathbb{Z}$. Ist allerdings k ungerade, so haben $\sin(\pi/4 + k\pi/2)$ und $\cos(\pi/4 + k\pi/2)$ verschiedenes Vorzeichen (dies sind die Lösungen der quadrierten Gleichung, die durchs Quadrieren neu entstanden sind). Deshalb finden wir als Lösungen von $\sin(x) = \cos(x)$ die x von der Form $x = \pi/4 + k\pi$.

8. Da die Innenwinkelsumme im Dreieck 180° oder π beträgt, muss der dritte Winkel $\gamma = \pi/2$ sein. Nun kann man entweder den Satz von Pythagoras oder den Sinussatz anwenden. Wir erinnern uns an den Sinussatz, der sagt, dass in einem Dreieck mit Seiten a, b und c und gegenüberliegenden Winkeln α, β und γ gilt:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}.$$

Da $sin(\pi/2) = 1$ ist, folgern wir daraus: $c = \frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{1}{1/2} = 2$.

9. Additionstheorem: $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$. Für $\alpha = \beta$: $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$