Lösung 2

1. (a) $a_n = 2 + 3 \cdot n$, (b) $a_n = 3^{n-1}$, (c) $a_n = n^3$, (d) $a_n = \frac{n}{8}$, (e) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$
2. (a) $5, 9, 13, \ldots$
   (b) $6, 12, 24, \ldots$
   (c) $1, 4, 1, 16, 1, 36, \ldots$
   (d) $-1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, \ldots$
3. $a_5 = 14$, $a_{10} = 29$ und $a_{20} = 59$
4. $a_3 = 4$, $a_5 = 1$ und $a_8 = -\frac{1}{8}$
5. Die arithmetrische Folge a_n hat die Form von $a_n = a_0 + nd = a_1 + (n-1)d$, $n \geq 1$. Mit $a_7 = 13$ und $a_9 = 7$ bekommen wir

$$\begin{cases} a_0 + 7d &= 13, \\ a_0 + 9d &= 7 \end{cases} \Rightarrow 2d = -6 \Rightarrow d = -3 \text{ und } a_0 = 34$$

   $\Rightarrow a_1 = 31, \qquad a_n = 34 - 3n = 31 - 3 \cdot (n-1).$
6. Die geometrische Folge a_n hat die Form von $a_n = a_0 q^n = a_1 q^{n-1}$, $n \geq 1$. Mit $a_4 = 4$ und $a_6 = 36$ bekommen wir

$$\begin{cases} a_0 q^4 &= 4, \\ a_0 q^6 d &= 36 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_0 q^6}{a_0 q^4} = q^2 = \frac{36}{4} = 9 \Rightarrow q = \pm 3 \text{ und } a_0 = \frac{4}{81}$$

   $\Rightarrow a_1 = \frac{4}{27}, \qquad a_n = \frac{4}{81} \cdot 3^n = \frac{4}{27} \cdot 3^{n-1}.$

   (Es gibt auch noch eine zweite Lösung mit $q < 0$: $a_n = \frac{4}{3^4} \cdot (-3)^n$)
7. (a) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, (b) $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$, (c) $\lim_{n\to\infty} c_n = \infty$,
   (d) $\lim_{n\to\infty}(a_n + c_n) = \infty$, (e) $\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot c_n) = \lim_{n\to\infty}(\frac{4n-1}{(n+1)(2n+8)}) = 0$
8. (a) $a_{n+1} = a_n + n$ und $a_1 = 1$.
   (b) $a_n = 0.5n^2 - 0.5n + 1$ (Beweis mittels Induktion!)